

1 Магнітне поле та його характеристики. Принцип суперпозиції магнітного поля. Лінії магнітної індукції.

- Магнітне поле створюється струмами (електричними зарядами, що рухаються) і діє лише на струми (електричні заряди, що рухаються).



- Силова характеристика магнітного поля – **вектор магнітної індукції**  $\vec{B}$ . Одиниця вимірювання тесла (Тл).

- Для магнітного поля виконується **принцип суперпозиції**: магнітна індукція результуючого поля  $\vec{B}$ , створеного декількома струмами, або рухомими зарядами, дорівнює векторній сумі магнітних індукцій полів, створених кожним струмом або рухомим зарядом окремо:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i .$$

- Аналогічно електричному полю, магнітне поле можна зобразити за допомогою ліній магнітної індукції – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора  $\vec{B}$ .

- Їх напрямок визначається за допомогою **правила свердлика**: якщо вістря свердлика напрямлене вздовж струму, то його ручка обертається в напрямку ліній магнітної індукції.

- Лінії магнітної індукції завжди замкнені та охоплюють провідник із струмом, тобто магнітне поле не має джерел, а є **вихровим**.

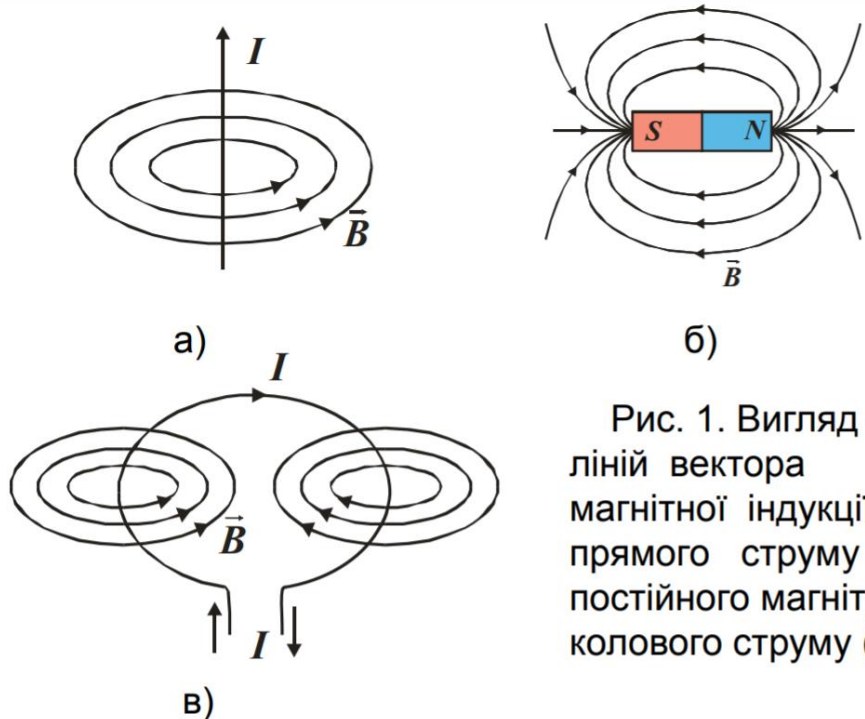


Рис. 1. Вигляд силових ліній вектора магнітної індукції для прямого струму (а), постійного магніту (б), та колового струму (в).

2. Закон Біо-Савара-Лапласа. Магнітне поле заряду, що рухається.

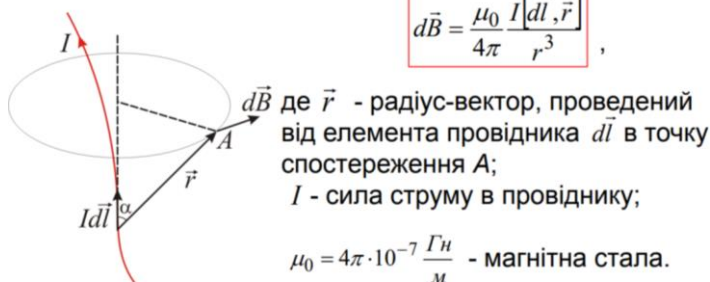
**2. Закон Біо-Савара-Лапласа.**

• Закон Біо-Савара-Лапласа є одним із основних експериментальних законів класичної електродинаміки. Магнітне поле постійних струмів різної форми інтенсивно досліджувалось у 1820 році французькими вченими Ж. Біо (1774-1862 рр.) та Ф. Саваром (1791-1841 рр.). Теоретично узагальнив результати цих дослідів П. Лаплас (1749-1827 рр.), який одержав формулу для розрахунку магнітного поля, створеного елементом струму лінійного прямого провідника, поперечні розміри якого досить малі порівняно з відстанню до точок, в яких розглядають магнітну індукцію.

• **Елемент струму** – це вектор  $I \vec{dl}$ , який дорівнює добутку сили струму в провіднику  $I$  на вектор елемента довжини провідника  $\vec{dl}$ , взятого вздовж провідника в напрямку струму (в напрямку руху позитивних зарядів).

**Закон Біо-Савара-Лапласа** для провідника, елемент струму  $I \vec{dl}$  якого створює в точці спостереження  $A$  індукцію магнітного поля  $d\vec{B}$  (рис. 2), має вигляд:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l}, \vec{r}] ,$$



де  $\vec{r}$  - радіус-вектор, проведений від елемента провідника  $d\vec{l}$  в точку спостереження  $A$ ;  
 $I$  - сила струму в провіднику;  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}$  - магнітна стала.

Рис. 2

- Модуль вектора  $d\vec{B}$  визначається, як:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2},$$

де  $\alpha$  - кут між векторами  $d\vec{l}$  та  $\vec{r}$ .

- Так як для магнітного поля справедливий принцип суперпозиції, то для провідника довжиною  $l$ :

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} .$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} .$$

### 3. Магнітне поле заряду, що рухається.

- За допомогою закону Біо-Савара-Лапласа враховуючи, що  $Id\vec{l} = \vec{j}Sdl = \vec{j}dV$ , де  $\vec{j}$  - густина струму,  $S$ - площа поперечного перерізу провідника,  $Sdl = dV$  - об'єм елемента провідника довжиною  $dl$ , одержимо:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3} dV .$$

- Візьмемо до уваги, що  $\vec{j} = en\vec{v}$ , де  $n$  - концентрація носіїв струму в провіднику,  $v$  - середня швидкість напрямленого руху заряду,  $dN = ndV$ - число носіїв струму (зарядів) в елементі об'єму .

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{v}, \vec{r}]endV}{r^3} .$$

- Магнітне поле, створене одним рухомих електроном:

$$\vec{B}_e = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3} .$$

- Для будь-якого заряду (рис. 3):

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3} .$$

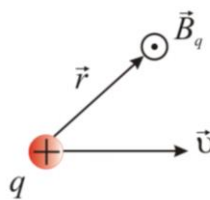


Рис. 3

- Вектор  $\vec{B}$  в кожній точці простору направлений перпендикулярно площині, в якій лежать вектори  $\vec{v}$  і  $\vec{r}$ .

### 3. Магнітне поле прямого нескінченно довгого провідника, прямого провідника скінченної довжини

#### 4. Магнітне поле прямого та кругового струмів.

- Знайдемо магнітне поле прямого **нескінченно** довгого провідника з струмом  $I$  в точці

спостереження  $A$  на відстані  $b$  від провідника (рис. 4).

- За законом Біо-Савара-Лапласа елемент струму  $I d\vec{l}$  створює в точці  $A$  поле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} .$$

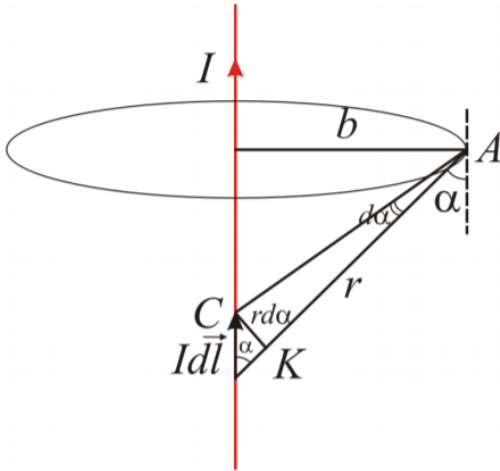


Рис. 4

- Для даного напрямку струму всі елементарні значення  $d\vec{B}$  напрямлені в точці однаково, тоді замість складання векторів можна скласти їх модулі. Результуюча індукція в точці  $A$ :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I dl \sin \alpha}{r^2} .$$

- З рис.4:

$$r = \frac{b}{\sin \alpha} , \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha} .$$

Тоді:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) .$$

- Для нескінченного провідника із струмом ( $\alpha_1 \rightarrow 0$ ,  $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ) індукція магнітного поля :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} .$$

- Для провідника скінченої довжини:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) .$$

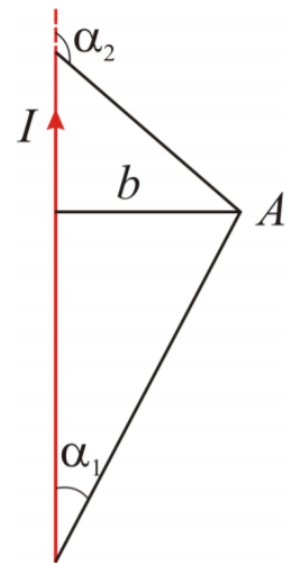


Рис. 5

#### 4. Закон Ампера. Сила взаємодії паралельних струмів.

##### 5. Закон Ампера.

- **Закон Ампера:** сила дії магнітного поля на елемент струму дорівнює векторному добутку елемента струму на вектор магнітної індукції.

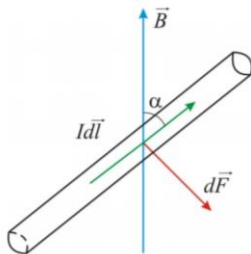


Рис. 7

$$d\vec{F}_A = I [d\vec{l}, \vec{B}] .$$

- В скалярній формі:

$$dF = IBdl \sin \alpha ,$$

де  $\alpha$  - кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{B}$ .

- Напрямок сили Ампера можна визначити за **правилом лівої руки:** якщо ліву руку розташувати так, щоб лінії індукції магнітного поля входили в долоню, а чотири випрямлені пальці показували напрямок струму в провіднику, то поставлений під прямим кутом великий палець покаже напрямок дії сили Ампера.

- 1 Тесла – індукція такого магнітного поля, в якому на провідник довжиною 1м із струмом 1А, розташований перпендикулярно вектору, діє сила 1 Ньютон.

При  $\alpha = 90^\circ$   $\sin \alpha = 1$ :

$$B = \frac{dF_A}{Idl}; \quad [B] = \frac{1H}{1A \cdot 1m} = 1 \text{ Тл.}$$

## 6. Сила взаємодії паралельних струмів.

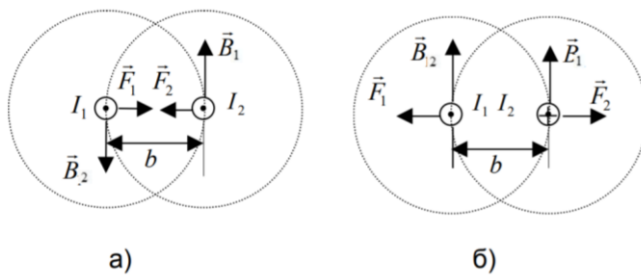


Рис. 8

- За законом Ампера на елемент  $dl_2$  провідника з струмом  $I_2$  діє сила:

$$d\vec{F}_2 = I_2 [dl_2, \vec{B}_1]$$

де  $\vec{B}_1$  - магнітна індукція поля провідника з струмом  $I_1$  в точці, де розташований другий провідник.

- Якщо провідник нескінченної довжини, то:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

- Тоді

$$dF_2 = |d\vec{F}_2| = I_2 B_1 dl_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b} dl_2.$$

- Відповідно на ділянку  $dl_1$  першого провідника з струмом діє сила:

$$d\vec{F}_1 = I_1 [dl_1, \vec{B}_2],$$

модуль якої

$$dF_1 = I_1 B_2 dl_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b} dl_1.$$

- Загальна формула для модуля сили, яка діє на одиницю довжини провідника:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}.$$

## 5. Сила Лоренца. Рух заряду в однорідному магнітному полі.

## 7. Сила Лоренца.

- Згідно з законом Ампера:

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}, \vec{B}]$$

$I d\vec{l} = \vec{j} S dl = \vec{j} dV$ , де  $dV = S dl$  - об'єм ділянки провідника довжиною  $dl$ ,  $S$  - площа поперечного перерізу провідника.

- При середній швидкості руху зарядів  $\vec{j}$  густина струму дорівнює  $\vec{j} = en\vec{v}$ , тоді

$$d\vec{F}_A = [\vec{j}, \vec{B}] dV = en[\vec{v}, \vec{B}] dV.$$

- Кількість зарядів в об'ємі  $dN = n dV$ ,

$n$  - концентрація зарядів в провіднику.

- Сила Лоренца:**

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{F}_A}{dN} = e[\vec{v}, \vec{B}]$$

- В загальному випадку для довільного заряду:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

- В скалярному вигляді

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

де  $\alpha$  - кут між напрямком магнітного поля та швидкості заряду.

- Напрямок сили Лоренца можна знайти за **правилом лівої руки**: якщо ліву руку розташувати так, щоб силові лінії входили в долоню, чотири витягнуті пальці показували напрямок швидкості позитивного заряду, тоді відігнутий під прямим кутом великий палець вкаже напрямок сили Лоренца.

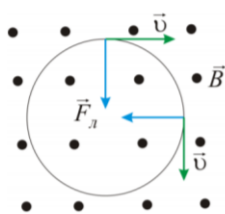


Рис. 9

- Очевидно, що сила Лоренца завжди перпендикулярна вектору швидкості та вектору магнітної індукції, тому ця сила роботу не виконує, не може змінити величину швидкості та кінетичної енергії зарядженої частинки, а тільки викривлює її траєкторію руху та відіграє роль доцентрової сили (рис. 9).

- Якщо, крім магнітного, існує ще й електричне поле, то з боку електричного поля незалежно від того, рухається заряд чи ні, на нього діє сила

$$\vec{F}_e = q\vec{E}.$$

- Електричне та магнітне поля діють незалежно, тому, при одночасному існуванні електричного та магнітного полів, заряд рухається під впливом результуючої сили:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

яка називається *узагальненою силою Лоренца*.

6. Магнітний потік. Теорема Гауса для вектора магнітної індукції в інтегральному та диференціальному вигляді.

### 8. Магнітний потік. Теорема Гауса для магнітного поля.

- Магнітним потоком  $d\Phi$  через деяку поверхню площею  $dS$  називають фізичну величину

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = B dS \cos \alpha,$$

де  $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$ ,  $\vec{n}$  - одиничний вектор зовнішньої нормалі до площини  $dS$ ,  $B_n$  - проекція вектора  $\vec{B}$  на напрямок нормалі,  $\alpha$  - кут між векторами  $\vec{n}$  і  $\vec{B}$ .

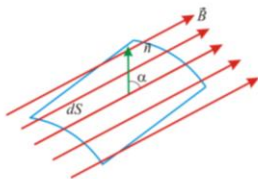


Рис. 10

- Одиницею магнітного потоку є вебер (Вб).
- Повний магнітний потік крізь довільну поверхню

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

- **Теорема Гауса для магнітного поля:** магнітний потік крізь будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0.$$

- Оскільки кожна лінія вектора замкнена, то, якщо вона ввійде в замкнену поверхню, то повинна і вийти з неї.

- Взавши до уваги  $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{B} dV$ , отримаємо

*теорему Гауса в диференціальній формі:*

$$\text{div} \vec{B} = 0.$$

7. Циркуляція вектора індукції магнітного поля. Закон повного струму.



**9. Циркуляція вектора індукції магнітного поля. Закон повного струму.**

- Циркуляцією вектора індукції магнітного поля по замкненому контуру  $L$  є інтеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl,$$

де  $B_l$  - проекція вектора  $\vec{B}$  на напрямок  $d\vec{l}$ .

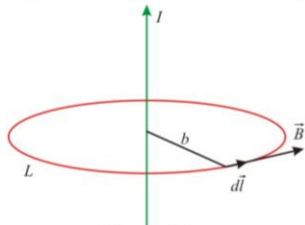


Рис. 11

- Розглянемо магнітне поле нескінченного прямого провідника з струмом. За контур інтегрування оберемо концентричне коло радіуса  $b$ , яке збігається з силовою лінією магнітного поля (рис. 11).

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \oint_L B \cos \alpha dl,$$

де  $\alpha = 0$  - кут між векторами  $\vec{B}$  і  $d\vec{l}$ .

- Величина вектора магнітної індукції для прямого нескінченного струму

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.$$

$$\oint_L B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \oint_L dl = \mu_0 I.$$

- Ця рівність виконується і для контуру довільної форми, який охоплює струм  $I$ :

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I.$$

- Теорема про циркуляцію вектора  $\vec{B}$ , або закон повного струму:** циркуляція вектора  $\vec{B}$  по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої  $\mu_0$  на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром:

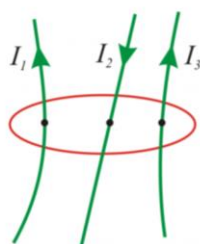


Рис. 12

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

- Додатним вважається струм, напрямком якого складає з напрямком обходу контуру правий гвинт. Наприклад, на рис. 3. струми  $I_1$  та  $I_3$  - додатні, а струм  $I_2$  - від'ємний.

8. Робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі.

### 13. Робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі.

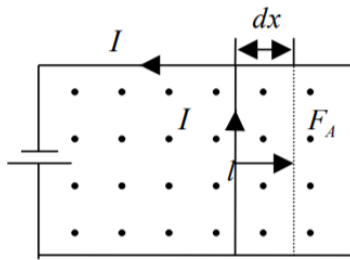


- Якщо розглянути контур з струмом в магнітному полі (рис. 8) і вважати, що одна з сторін контуру довжиною  $l$  незакріплена, то на цей провідник буде діяти сила Ампера

$$\vec{F}_A = I[\vec{l}, \vec{B}] \quad F_A = IBl.$$

- При переміщенні провідника  $l$  на відстань  $dx$  сила Ампера виконає елементарну роботу:

$$dA = F_A dx = IB l dx = IB dS = I d\Phi ,$$



$l dx = dS$  – площа, яка перетинається провідником при переміщенні в магнітному полі.

$B dS = d\Phi$  – магнітний потік, який пронизує цю площу.

Рис. 15

- Повна робота, яка виконується при переміщенні провідника з положення 1 в положення 2 дорівнює

$$A_{1,2} = \int_1^2 dA = \int_1^2 IB dS = \int_1^2 I d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

$$A_{1,2} = \int_1^2 I d\Phi.$$

9. Магнітний момент контуру зі струмом. Контур зі струмом у магнітному полі.

$$M = F_1 \cdot l = IBab \sin \alpha = IB S \sin \alpha$$

де  $S=ab$  - площа контуру.

- **Магнітний момент контуру:**

$$\vec{P}_m = IS\vec{n},$$

тоді

$$M = P_m B \sin \alpha,$$

або у векторній формі:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}].$$

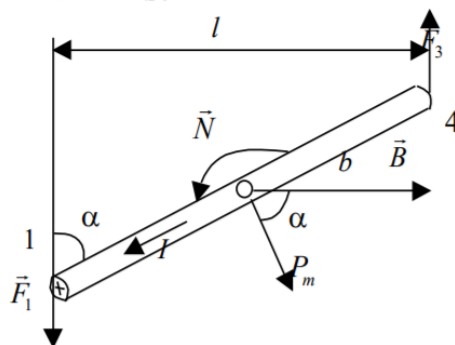


Рис.14

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@pnu.edu.ua

7. Магнітне поле у вакуумі

- Якщо контур складається з  $k$  витків, то

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]k$$



10. Магнітний та орбітальний моменти електрона в атомі. Гіромагнітне співвідношення

Згідно з моделлю атома Бора, електрони рухаються кру орбітами, в центрі яких розташовано позитивно заряджене ядро. Рух електрона можна розглядати як мікрострум (молекулярний струм), напрямком якого протилежний напрямку руху негативного заряду (електрона) зі швидкістю  $\vec{v}$  по колу радіусом  $r$  (рис. 7.1). Його момент імпульсу дорівнює

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}].$$

233

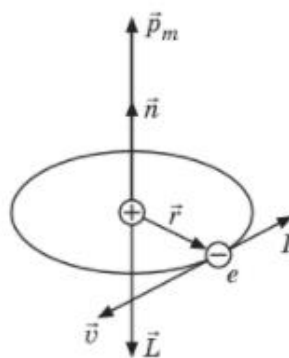


Рис. 7.1

Орбітальний  
магнітний  
момент

Зважаючи на те, що кут між  $\vec{r}$  і  $\vec{p}$  дорівнює  $90^\circ$ , маємо

$$L = rmv. \quad (7.1)$$

Магнітний момент такого струму дорівнює  $\vec{p}_{me} = IS\vec{n}$ , де  $I = e/T$  — величина струму;  $e$  — заряд електрона;  $T = 2\pi r/v$  — період його обертання навколо ядра;  $S = \pi r^2$  — площа всередині орбіти електрона. Магнітний момент такого струму аналогічний електричному дипольному моменту, тобто кожний атом можна розглядати як маленький елементарний магнітик.

Величина орбітального магнітного моменту електрона

$$p_{me} = \left( \frac{ev}{2\pi r} \right) \pi r^2 = \frac{evr}{2}.$$

Якщо порівняти величини (7.1) і вираз для  $p_{me}$ , отримаємо

$$\text{Страница 234 из 424} \quad \frac{e}{2m} L = p_{me} \quad (7.2)$$

$$p_{me} = \frac{e}{2m} L, \quad (7.2)$$

тобто величина орбітального магнітного моменту пропорційна величині орбітального механічного моменту електрона в атомі і з урахуванням протилежних напрямків цих моментів (рис. 7.1), маємо

$$\vec{p}_{me} = -\frac{e}{2m} \vec{L},$$

де  $\frac{e}{2m}$  має назву *гіромагнітного відношення*.

З квантової точки зору орбітальний момент імпульсу електрона квантується, тобто набуває дискретних значень:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж · с ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж · с) — стала Планка;

$l = 0, 1, 2, \dots$  — орбітальне квантове число. Тоді й орбітальний магнітний момент також квантується:

$$p_{me} = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}.$$

Величина  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,27 \cdot 10^{-24}$  Дж/Тл — магнетон Бора.

Але виявляється, що додатково до орбітального механічного моменту імпульсу електрон має власний механічний момент імпульсу — *спін*  $\vec{L}_s$  що не пов'язаний з рухом електрона, а є його фундаментальною характеристикою.

Спіну електрона відповідає *власний (спіновий) магнітний момент*  $\vec{p}_{ms}$ , пропорційний  $L_s$  і напрямлений у протилежний бік

$$\vec{p}_{ms} = -\frac{e}{m} \vec{L}_s.$$

У цьому випадку гіромагнітне відношення спінових моментів дорівнює  $e/m$  і є вдвічі більшим, ніж для орбітальних моментів.

Тоді *повний магнітний момент електрона*  $\vec{p}_{mi}$  є *векторною сумою орбітального*  $\vec{p}_{me}$  *і спінового*  $\vec{p}_{ms}$  *магнітних моментів*

$$\vec{p}_{mi} = \vec{p}_{me} + \vec{p}_{ms}.$$

Взагалі *магнітний момент атома* — це *векторна сума магнітних моментів усіх електронів і магнітного моменту ядра атома*. Але магнітні моменти ядер у тисячі разів менші за магнітні моменти електронів, тому ними можна знехтувати.

Загальний магнітний момент атома  $\vec{p}_m$  дорівнює векторній сумі орбітальних і спінових магнітних моментів електронів, що входять в атом,

$$\vec{p}_m = \sum \vec{p}_{mi} = \sum \vec{p}_{me} + \sum \vec{p}_{ms}.$$

Однак, незважаючи на наявність магнітних моментів у електронів, слід зауважити, що не у всіх матеріалів спостерігається спонтанна намагніченість. Це пояснюється тим, що електронні орбіти мають довільну орієнтацію у просторі і сумарний магнітний момент атома (особливо при парній кількості електронів в атомі) може дорівнювати нулю без впливу зовнішнього магнітного поля.

## 11. Намагнічування речовини. Намагніченість.

### 1. Намагнічування речовини.

• Якщо в магнітне поле з індукцією помістити будь-яку речовину, то магнітне поле змінюється. Тобто речовини в магнітному полі намагнічуються - створюють власне магнітне поле  $\vec{B}'$ . Тоді індукція магнітного поля в речовині дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

• *Намагнічуванням* речовини називається набуття магнітних властивостей речовиною під дією зовнішнього магнітного поля.

• Щоб пояснити це явище Ампер у 1836 р. припустив, що кожній молекулі відповідає певний струм — *молекулярний* — що пов'язаний з рухом електронів в молекулі.



- Електрон, що рухається по коловій орбіті, має магнітний момент

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} = evS\vec{n},$$

де  $I$  – сила молекулярного струму,  $S$  - площа орбіти електрона.

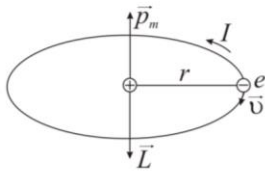


Рис. 1

- Напрямок  $\vec{p}_m$  знаходять за правилом правого гвинта (рис. 1)

- Електрон, що рухається має і механічний момент імпульсу

$$L = mvr = m\omega r^2 = m2\pi v r^2$$

- Напрями цих моментів протилежні.

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L} \text{ - гіромагнітне співвідношення.}$$

- Характеристика намагнічування - намагніченість.
- **Намагніченість**  $\vec{J}$  дорівнює магнітному моменту молекулярних струмів, визначеному для одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m.$$

$\vec{p}_m$  - магнітний момент окремої молекули.

- Одиниця вимірювання намагніченості - ампер на метр (А/м).

12. Напруженість магнітного поля. Закон повного струму для магнітного поля в речовині. Зв'язок між векторами  $B$  та  $H$ .

- Циркуляція для магнітного поля в речовині:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (\sum I + \oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l}).$$

$$\oint_{\Gamma} \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum I.$$

- Вектор  $\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}$ , циркуляція якого по замкненому контуру визначається макрострумами, називають **вектором напруженості магнітного поля**.

- Одиниця вимірювання напруженості магнітного поля - ампер на метр (А/м).

- **Теорема про циркуляцію для магнітного поля в речовині (закон повного струму):** циркуляція напруженості магнітного поля вздовж довільного замкненого контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності, охоплених даним контуром.



$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \sum I.$$

- Намагніченість магнетика залежить від величини напруженості магнітного поля. Для ізотропних слабо-магнітних матеріалів

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де  $\chi$  - безрозмірна величина, магнітна сприйнятливість магнетика.

- Встановимо зв'язок між векторами індукції та напруженості магнітного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}, \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{(1+\chi)\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}.$$

де  $1+\chi = \mu$  - **магнітна проникність середовища**.

- Для парамагнетиків  $\mu \geq 1$ , для діамагнетиків  $\mu \leq 1$ . Для неферомагнітних речовин магнітна проникність має досить простий фізичний смисл. Якщо однорідний ізотропний магнетик заповнює об'єм, обмежений поверхнями, утвореними лініями струму провідності, то магнітна індукція поля всередині такого магнетика буде в  $\mu$  разів більшою за магнітну індукцію поля у вакуумі

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0.$$



### 3) Феромагнетизм.

- Феромагнетики - речовини, що мають спонтанну намагніченість, тобто намагнічені навіть за відсутності магнітного поля.
- Залежність намагніченості феромагнетиків від напруженості магнітного поля – нелінійна. (Рис. 4)
- Залежність індукції магнітного поля  $B$  від напруженості  $H$  також нелінійна (рис.5), але від  $J(H)$  відрізняється відсутністю горизонтальної ділянки.  $B = \mu_0(H + J)$

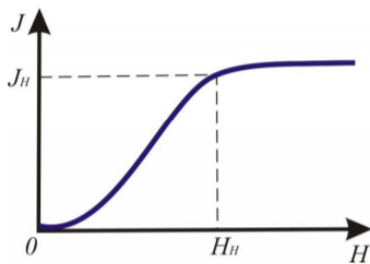


Рис.4

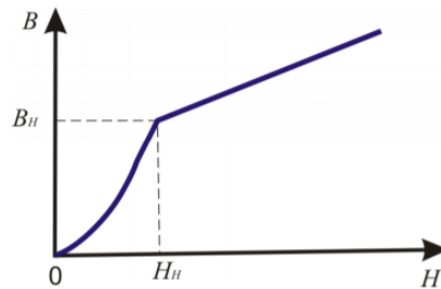


Рис.5

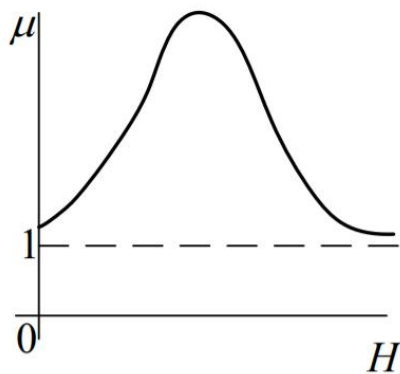


Рис. 6

- Магнітна проникність феромагнетиків залежить від напруженості поля (рис.6), для різних речовин  $\mu \sim 10^3 - 10^6$

- Для феромагнетиків характерним є **явище магнітного гістерезису:** нелінійна неоднозначна залежність  $B(H)$  ( або  $J(H)$ ), яка визначається попередньою історією даного феромагнетика(рис.7).

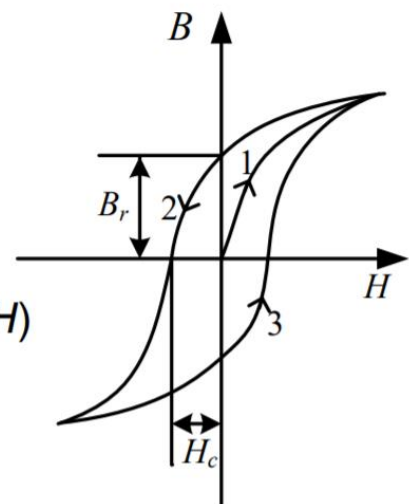


Рис.7

### 3. Класифікація речовин за магнітними властивостями



Діамагнетики:  $\chi < 0, \mu \leq 1$ .

Парамагнетики:  $\chi > 0, \mu \geq 1$ .

Ферромагнетики:  $\chi \gg 0, \mu \gg 1$ .

#### 1) Діамагнетизм

- До діамагнетиків належать речовини, сумарний магнітний момент молекул яких дорівнює нулю.
- З орбітальним рухом електрона в атомі пов'язано  $\vec{p}_m$  існування магнітного моменту.
- В магнітному полі на магнітний момент діє момент сили  $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$ , який намагається повернути магнітний момент електрона вздовж поля.

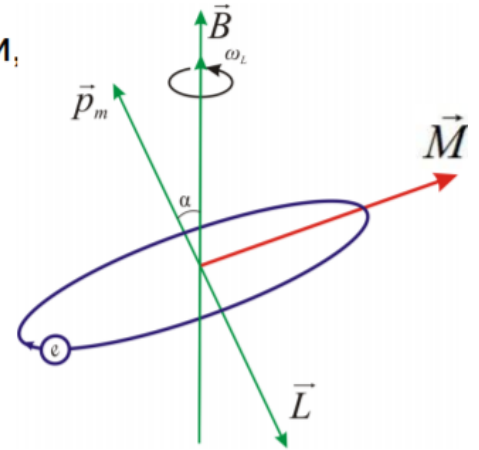


Рис.3

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

- Під дією цього моменту сил магнітний момент здійснює прецесію навколо напрямку магнітного поля (Ларморова прецесія). (рис.6)
- Частота прецесії Лармора:  $\omega_L = \frac{e}{2m} B$ .
- Внаслідок прецесії електронної орбіти виникає додатковий орбітальний рух електрона навколо напрямку вектора  $\vec{B}$  (рис.6), що призводить до появи наведеного магнітного моменту  $\Delta\vec{p}_m$ . Напрямок вектора протилежний напрямку індукції зовнішнього магнітного поля.
- Явище прецесії Лармора виникає у всіх речовин, що вміщені в магнітне поле.
- Зважаючи на те, що діамагнетики не мають власного моменту імпульсу, поява наведеного є домінуючою, внаслідок цього речовина намагнічується проти зовнішнього поля.



Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

## 2) Парамагнетизм.

- Парамагнетизм спостерігається у тих речовин, атоми яких мають власні магнітні моменти, відмінні від нуля.
- В магнітному полі магнітні моменти атомів орієнтуються, переважно, за напрямом зовнішнього поля. В цьому випадку намагнічування магнетика за напрямом поля значно перевищує діамагнітний ефект і речовина є парамагнітною.
- Сумарний магнітний момент одиниці об'єму парамагнетика залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля та від температури. Магнітна сприйнятливість парамагнетика залежить від температури:

$$\chi = \frac{C}{T},$$

де  $C$  – стала Кюрі,  $T$  – абсолютна температура.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

15. Явище електромагнітної індукції. Досліди Фарадея. Закон Фарадея. Правило Ленца.

- В 1831 р. Фарадей здійснив ряд дослідів, зміст яких полягає у виникненні сили струму в замкненому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції, що пронизує цей контур. (рис. 1)

• **Явище електромагнітної індукції** полягає в тому, що в замкненому провідному контурі виникає індукційний струм при будь-яких змінах магнітного потоку, що пронизує контур.

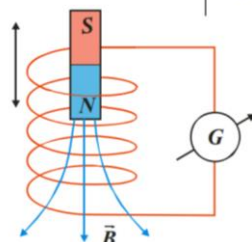


Рис. 1

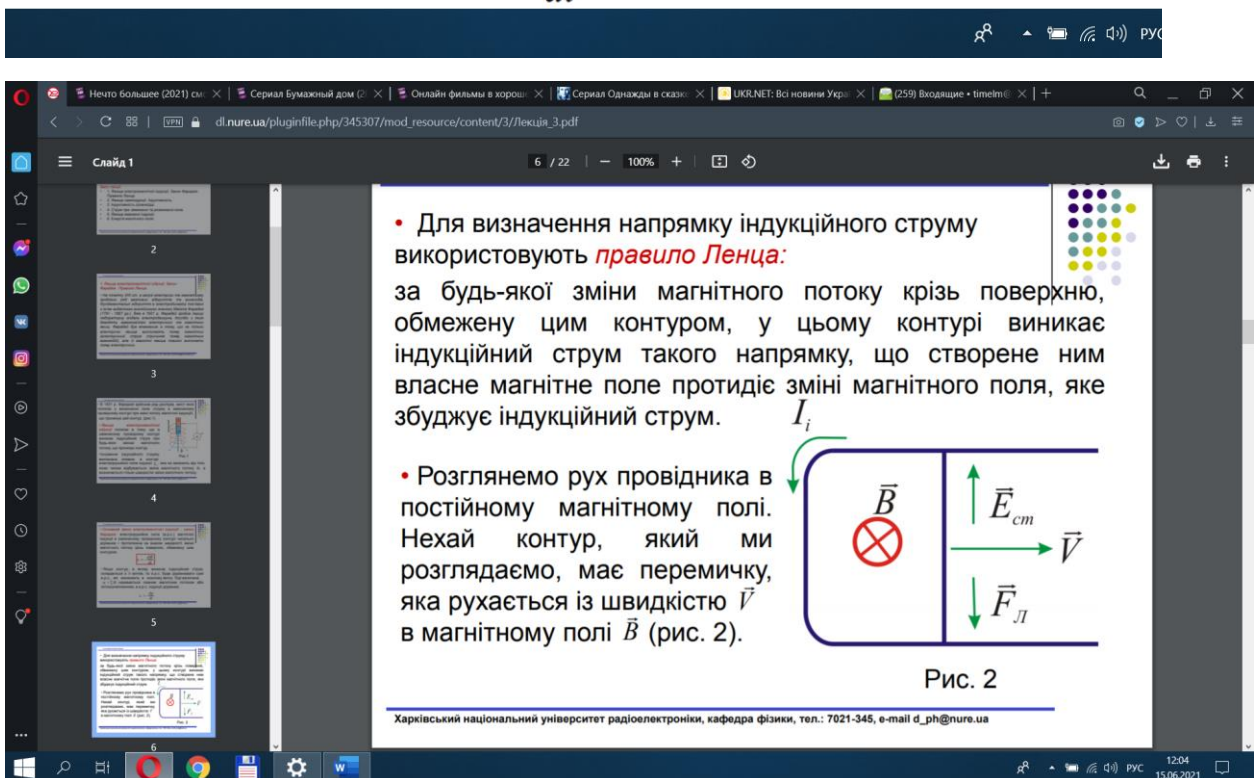
- Існування індукційного струму, викликане появою в контурі електрорушійної сили індукції  $\mathcal{E}_i$ , яка не залежить від того, яким чином відбувається зміна магнітного потоку  $\Phi$ , а визначається тільки швидкістю зміни магнітного потоку.

- **Основний закон електромагнітної індукції - закон Фарадея:** електрорушійна сила (е.р.с.) магнітної індукції в замкненому провідному контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

- Якщо контур, в якому виникає індукційний струм, складається з  $N$  витків, то е.р.с. буде дорівнювати сумі е.р.с., які виникають в кожному витку. Тоді величина  $\Psi_i = \sum \Phi_i$  називається повним магнітним потоком або потокозчепленням, а е.р.с. індукції дорівнює

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$



• Для визначення напрямку індукційного струму використовують **правило Ленца**: за будь-якої зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром, у цьому контурі виникає індукційний струм такого напрямку, що створене ним власне магнітне поле протидіє зміні магнітного поля, яке збуджує індукційний струм.

• Розглянемо рух провідника в постійному магнітному полі. Нехай контур, який ми розглядаємо, має перемичку, яка рухається із швидкістю  $\vec{V}$  в магнітному полі  $\vec{B}$  (рис. 2).

**Рис. 2**

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail d\_ph@nuke.ua

9. Електромагнітна індукція

- На електрони, які знаходяться в рухомому провіднику, діє сила Лоренца:
 
$$\vec{F}_l = -e[\vec{V}, \vec{B}].$$
- Напрямок сили зображено на рис. 2. Під дією цієї сили електрони почнуть рухатися по провіднику вниз - в контурі виникає індукційний струм. Створюється напруженість електричного поля сторонньої сили
 
$$\vec{E}_{cm} = \frac{\vec{F}_l}{-e} = [\vec{V}, \vec{B}]$$
- Циркуляція напруженості  $\vec{E}_{cm}$  по контуру дорівнює, за визначенням, електрорушійній силі, яка в цьому випадку дорівнює е.р.с. індукції:
 
$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{cm} d\vec{l} = \int [\vec{V}, \vec{B}] d\vec{l}.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail d\_ph@nure.ua

9. Електромагнітна індукція

- Таким чином, якщо провідник рухається в постійному магнітному полі, явище електромагнітної індукції виникає внаслідок дії сили Лоренца на електрони.
- Якщо контур знаходиться в стані спокою в змінному магнітному полі, то виникнення е.р.с. індукції пов'язано з існуванням вихрового електричного поля, циркуляція якого по замкнутому контуру дорівнює
 
$$\oint \vec{E}_{cm} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Більш докладно вихрове електричне поле буде розглянуто пізніше.

16. Явище самоіндукції. Індуктивність. Індуктивність довгого соленоїда.

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укра... | (259) Входящие • timeim@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/345307/mod\_resource/content/3/Лекція\_3.pdf

Слайд 1 9 / 22 | 100% +

**2. Явище самоіндукції. Індуктивність.**

- **Явищем самоіндукції** називається виникнення е.р.с. індукції в контурі, сила струму в якому змінюється. (рис. 3)
- Це явище є одним із проявів явища електромагнітної індукції. Адже навколо провідника, по якому тече струм, виникає магнітне поле. Якщо струм в контурі змінюється, то змінюється і магнітний потік, що викликає появу е.р.с. індукції.

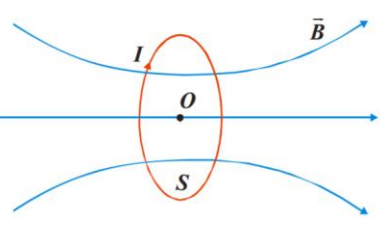


Рис. 3

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:04 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укра... | (259) Входящие • timeim@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/345307/mod\_resource/content/3/Лекція\_3.pdf

Слайд 1 10 / 22 | 100% +

**4. Електромагнітна індукція**

- Згідно з правилом Ленца індукційний струм завжди матиме напрямок, при якому він перешкоджає зміні первинного струму.
- Відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа величина індукції магнітного поля прямо пропорційна силі струму в контурі ( $B \sim I$ ). Зважаючи на визначення потоку, можна стверджувати, що потік магнітної індукції крізь певну фіксовану поверхню буде також пропорційний силі струму: ( $\Phi \sim I$ )

$$\Phi = LI,$$

де  $L$  - коефіцієнт пропорційності, який має назву **індуктивності контуру**.

- Одиниця вимірювання індуктивності - генрі (Гн).
- Індуктивність в 1 Гн має контур, якщо магнітний потік крізь нього дорівнює 1Вб, а сила струму дорівнює 1А.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:04 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хороши | Сериал Однажды в сказке | UKR.NET: Всi новини Украi | (259) Входящие • time@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/345307/mod\_resource/content/3/Лекция\_3.pdf

Слайд 1 11 / 22 | 100% +

9. Електромагнітна індукція

- Індуктивність не залежить від магнітного потоку та сили струму. Ця величина визначається формою, розмірами провідника та магнітною проникністю середовища, в якому знаходиться контур.
- Е.р.с. самоіндукції можна знайти, використовуючи основний закон явища електромагнітної індукції
 
$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$
- Якщо  $L = const$ , тобто контур не деформується і магнітна проникність середовища не змінюється, то:
 
$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

12:06 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хороши | Сериал Однажды в сказке | UKR.NET: Всi новини Украi | (259) Входящие • time@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/345307/mod\_resource/content/3/Лекция\_3.pdf

Слайд 1 12 / 22 | 100% +

3. Індуктивність соленоїда.

- Обчислимо індуктивність соленоїда. Соленоїд – це рівномірно намотана на циліндричну поверхню дротова спіраль, по якій проходить електричний струм.
- За законом Фарадея ЕРС індукції  $\varepsilon_s = -\frac{d\psi}{dt}$ , де  $\psi = N\Phi$  - повний магнітний потік крізь усі  $N$  витків соленоїда.
- Потік індукції крізь поверхню площею  $S$ , яку охоплює один виток довжиною  $l$  у вакуумі,
 
$$\Phi = BS = \mu_0 I \frac{N}{l} S.$$

Тоді

$$\psi = \Phi N = \mu_0 I \frac{N^2}{l} S.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:06 15.06.2021

9. Електромагнітна індукція

- А ЕРС індукції:  $\varepsilon_s = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \frac{dI}{dt}$ .
- З іншого боку,  $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ .
- Прирівнявши дві останні формули, отримуємо індуктивність соленоїда:
 
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S.$$
- Оскільки  $Sl = V$  – об'єм соленоїда, то
 
$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} V = \mu_0 n^2 V,$$
 де  $n$  – кількість витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда.

### 17. Явище взаємодукції. Трансформатор.

5. Явище взаємної індукції.

- Якщо два нерухомих замкнених контури розташовані поряд (рис. 3), то струм,  $I_1$ , який протікає по контуру 1, створює магнітний потік  $\Phi_2$ , що пронизує контур 2. Якщо немає феромагнетиків, то:  $\Phi_2 = L_{21} I_1$ . Аналогічно, якщо в контурі 2 тече струм  $I_2$ , то через контур 1 проходить магнітний потік  $\Phi_1$ :  $\Phi_1 = L_{12} I_2$ .
- Контури 1 та 2 називають **зв'язаними**.

Коефіцієнти та називають взаємною індуктивністю контурів.

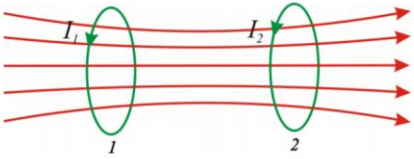
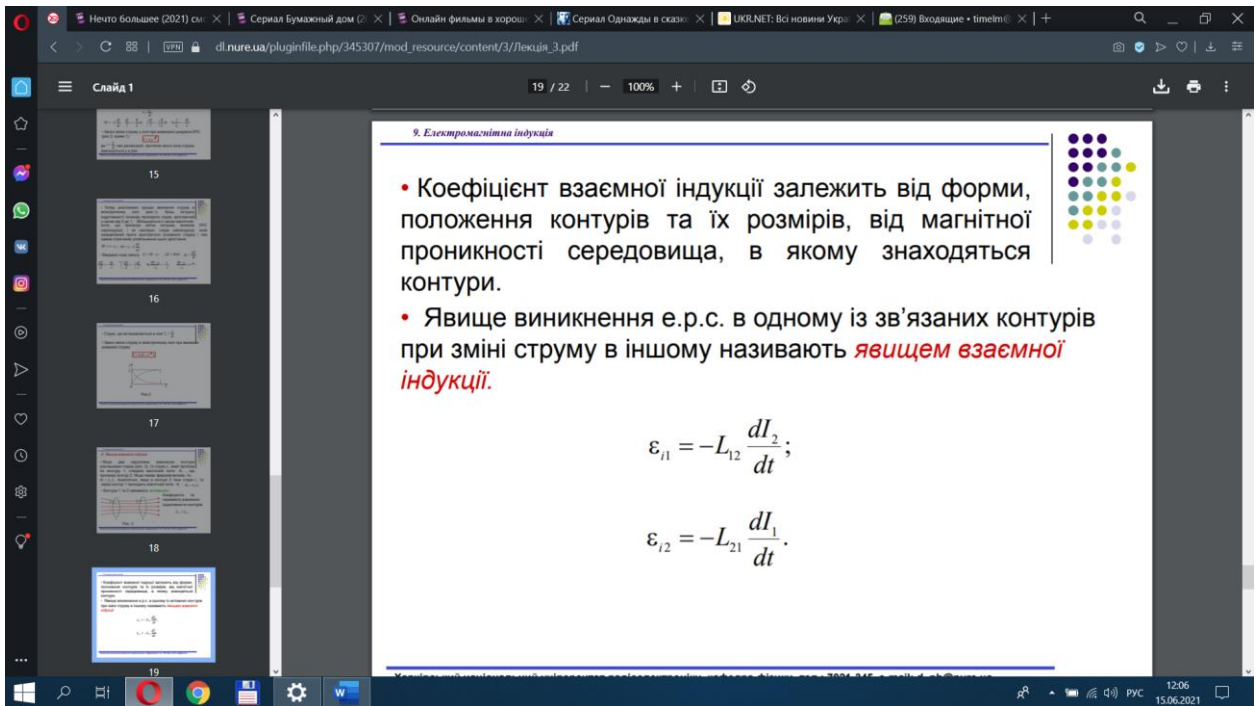
$$L_{12} = L_{21}.$$


Рис. 3

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua





18. Закон зміни сили струму в електричному колі з індуктивністю при вмиканні джерела ЕРС.

- Закон зміни струму у колі при вмиканні джерела ЕРС (рис.2, крива 1) :

$$I = I_0 e^{-t/\tau},$$

де  $\tau = \frac{L}{R}$  - час релаксації, протягом якого сила струму зменшується у е раз.

19. Закон зміни сили струму в електричному колі з індуктивністю при вмиканні джерела ЕРС.

- Закон зміни струму в електричному колі при вмиканні джерела струму

$$I = I_0 (1 - e^{-t/\tau}).$$

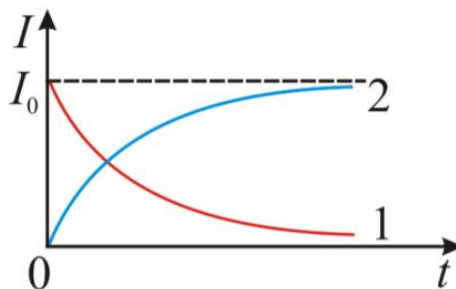


Рис.2

## 6. Енергія магнітного поля.

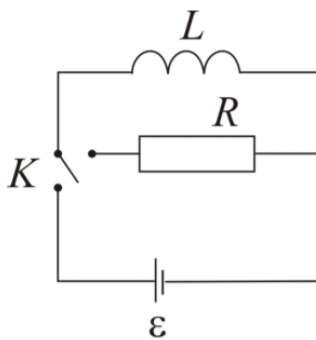


Рис. 4

- Струм у контурі (рис.4) -  $I$ .
- Потік крізь котушку індуктивності:  
$$\Phi = LI.$$

- Якщо розімкнути ключ, то в колі ще деякий час буде текти струм, що підтримується ЕРС самоіндукції.
- Робота, що здійснюється цим струмом за час  $dt$ :

$$dA = \varepsilon_s I dt = -IL \frac{dI}{dt} dt = -LI dI.$$

- Вся робота за час, за який відбувається зникнення магнітного поля:

$$A = -\int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

- Здійснення цієї роботи, що йде на нагрівання опору, котушки і т.д., супроводжується зникненням магнітного поля і відбувається за рахунок енергії магнітного поля.
- За законом збереження енергії  $A = W$ .
- Тобто енергія магнітного поля контуру зі струмом:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

- Оскільки енергія магнітного поля розподілена в усьому просторі, де локалізоване поле, то ця формула визначає повну енергію магнітного поля струму.



- Виразимо енергію магнітного поля як функцію величин, які є характеристиками поля в кожній точці. Для цього розглянемо однорідне магнітне поле довгого соленоїда.

$$L = \mu\mu_0 n^2 V; \quad B = \mu\mu_0 n I; \quad I = \frac{B}{\mu\mu_0 n};$$
$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V B^2}{2\mu^2 \mu_0^2 n^2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V.$$

- Об'ємна густина енергії магнітного поля :

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

21. Вихрове електричне поле. Перше рівняння Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

8. Електромагнітне поле

## 2. Вихрове електричне поле. Перше рівняння Максвелла

- Основи класичної електродинаміки як теорії взаємозв'язку та взаємоперетворень електричного та магнітного полів узагальнено працями видатного англійського фізика Дж. Максвелла (1831 - 1879 рр.).
- В 60-х роках дев'ятнадцятого сторіччя Максвелл розробив феноменологічну макроскопічну теорію електромагнітного поля, математичним виразом основ якої є чотири фундаментальних рівняння класичної електродинаміки – рівняння Максвелла.

Нечто большее (2021) см. | Сервал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош | Сервал Однажды в сказ | UKR.NET: Вс новии Укр | (259) Входящие • timeim |

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекция%204\_.pdf

Слайд 1 6 / 24 | 100% +

- Проаналізувавши досліди Фарадея Максвелл встановив, що крім електричного поля, створеного зарядом  $q$  (електростатичного), існує 2-й вид електричного поля - *вихровий*, яке створюється змінним магнітним полем.
- *Обґрунтування гіпотези Максвелла.* З дослідів Фарадея відомо, що в контурі виникає індукційний струм, отже в провіднику виникає електричне поле. А чим воно створюється? Оскільки магніт в контурі необхідно переміщати, то стає очевидним, що електричне поле створюється змінним магнітним полем. Це електричне поле названо *вихровим*.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:07 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Сервал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош | Сервал Однажды в сказ | UKR.NET: Вс новии Укр | (259) Входящие • timeim |

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекция%204\_.pdf

Слайд 1 7 / 24 | 100% +

*8. Електростатичне поле*

- *Розвиток гіпотези Максвелла.* Якщо контур прибрати (залишити тільки рухомий магніт), то змінне магнітне поле залишиться, а отже, буде виникати (в навколишньому просторі) і вихрове електричне поле. Якщо сказати іншими словами, то контур - це тільки датчик для виявлення вихрового електричного поля, для виникнення самого поля контур не потрібний.
- *Відмінність вихрового електричного поля від електростатичного поля.* Силові лінії вихрового електричного поля замкнуті (тобто зарядів не спостерігається) і за формою своєї нагадують завихрення - звідси і назва «вихровий».

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:07 15.06.2021

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекція%204\_.pdf

Слайд 1 8 / 24 100%

- **Математичний опис теорії Максвелла.**

Із закону електромагнітної індукції:  $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ ,  
де потік вектора напруженості  $\Phi$  дорівнює:

$$\Phi = \int_s \vec{B} d\vec{S}$$

Тобто  $\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$  (1)

- З іншого боку Максвелл показав зв'язок ЕРС індукції з напруженістю електричного поля:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l}$$

12:07 15.06.2021

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекція%204\_.pdf

Слайд 1 9 / 24 100%

- З огляду на відому властивість електростатичного поля  $\oint \vec{E}_q d\vec{l} = 0$ ,

можна за принципом суперпозиції отримати вираз для результуючого електричного поля  $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$ :

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \mathcal{E}_i$$
 (2)

- Прирівнюючи праві частини формул (1) і (2), отримуємо 1-е рівняння Максвелла:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$
 (3)

- **Зміст 1-го рівняння Максвелла:** змінне магнітне поле ( $d\vec{B}/dt$ ) породжує вихрове електричне поле ( $\vec{E}$ ).

Вопрос 2

9 12:08 15.06.2021

8. Електромагнітне поле

- Отримаємо друге рівняння Максвелла в диференціальному вигляді.
- Для цього перетворимо ліву частину виразу рівняння, застосувавши теорему Стокса:

$$\oint_L \vec{a} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{a} dS$$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{E} dS$$

$$\int_L \text{rot} \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

10 / 24 100% 12:08 15.06.2021

10. Електромагнітне поле

- Отримаємо:

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4)$$

- Це рівняння *перше* рівняння Максвелла у диференціальному вигляді. Ці рівняння є узагальненням основного закону явища електромагнітної індукції.
- Фізичний зміст цих рівнянь полягає в тому, що будь-яка зміна магнітного поля викликає появу нерозривно пов'язаного з ним вихрового електричного поля.
- Векторні поля, ротор яких не дорівнює нулю, називають **вихровими**.

11 / 24 100% 12:08 15.06.2021

22. Струм зміщення. Друге рівняння Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

Слайд 12 / 24

### 3. Струм зміщення. Друге рівняння Максвелла

- Максвелл розглянув процес розрядки конденсатора (рис.1) і застосував закон повного струму для 2-х сусідніх контурів.
- для 1-го контуру все ясно:
 
$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$
 де  $I$  – струм зарядки конденсатора (струм провідності)
- для 2-го контуру виникає парадокс: так як між обкладками конденсатора струм  $I=0$ , то
 
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0$$
 , тобто  $H = 0$ . Но такого бути не може, так як магнітне поле неперервне

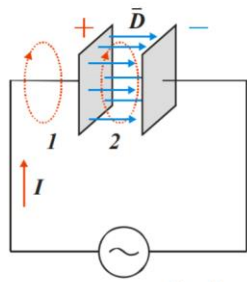


Рис.1

12

Слайд 13 / 24

- Максвелл припустив, що струм між обкладками конденсатора існує, але це не струм провідності, а **струм зміщення** - якийсь умовний струм, викликаний зміною електричного поля між обкладками:
 
$$\vec{j}_{zm} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (5)$$
- Своє друге рівняння Максвелл отримав, використавши формулу (5) і закон повного струму:
 
$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

13

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укр... | (259) Входящие • timeim... | dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекція%204\_.pdf

Слайд 1 14 / 24 100%

- **Струм зміщення** - це умовна назва змінного електричного поля.
- Густина струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$  в даній точці простору дорівнює швидкості зміни вектора електричного зміщення  $\vec{D}$  в цій точці.
- В результаті можна ввести поняття густини повного струму, як геометричну суму густин струму провідності  $\vec{j}_{пр}$  і струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$ :
 
$$\vec{j} = \vec{j}_{пр} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$
- Аналогічно можна ввести поняття повного струму, як алгебраїчну суму струму провідності  $I$  і струму зміщення  $I_{зм}$ :
 
$$I = I_{пр} + I_{зм}.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:08 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укр... | (259) Входящие • timeim... | dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекція%204\_.pdf

Слайд 1 15 / 24 100%

- Враховуючи два види струмів  $\vec{j} = \vec{j}_{пр} + \vec{j}_{зм}$ , отримаємо **2-е рівняння Максвелла**:
 
$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{пр} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \quad (6)$$
- **Фізичний зміст 2-го рівняння Максвелла:** змінне електричне поле і струм провідності породжують магнітне поле.
- У диференціальному вигляді:
 
$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (7)$$

15

12:09 15.06.2021



Слайд 16 / 24 | 100%

- Наслідком *другого рівняння Максвелла* у інтегральному та диференціальному виглядах є те, що струм зміщення, подібно струмам провідності, є джерелом вихрового магнітного поля, тобто такого поля, ротор якого не дорівнює нулю.
- Тобто змінне електричне поле викликає появу магнітного поля.
- Наслідком рівнянь Максвелла взагалі є висновок про те, що змінне електричне та магнітне поля нерозривно пов'язані, створюють **електромагнітне поле**.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

8. Електромагнітне поле

## 23. Система рівнянь Максвелла в інтегральній та диференціальній формах.

Слайд 17 / 24 | 100%

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

8. Електромагнітне поле

### 4. Система рівнянь Максвелла в інтегральному вигляді.

- Теорія Максвелла, теорія єдиного електромагнітного поля, є узагальненням таких важливих законів електростатики та електромагнетизму, як основний закон електромагнітної індукції, теорема Остроградського-Гаусса, теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля. Ця теорія з єдиної точки зору пояснює різні електромагнітні явища, які відбуваються в нерухомих середовищах.

8. Електромагнітне поле

До системи рівнянь Максвелла в інтегральній формі входять рівняння :

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \\ \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV \\ \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \end{array} \right. \quad (8)$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

8. Електромагнітне поле

- В першому рівнянні (8) циркуляція вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$  по будь-якому замкнутому контуру  $L$  дорівнює швидкості зміни потоку магнітної індукції  $\vec{B}$  (із знаком мінус) через поверхню  $S$ , яка спирається на контур  $L$ . Це основний закон явища електромагнітної індукції.
- Друге рівняння системи (8) – узагальнення теореми про циркуляцію: циркуляція вектора напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  по довільному контуру  $L$  дорівнює алгебраїчній сумі струмів провідності та зміщення через поверхню  $S$ , що спирається на цей контур.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

8. Електромагнітне поле

- Третє рівняння (8) – теорема Остроградського-Гаусса для вектора індукції електричного поля: потік вектора індукції  $\vec{D}$  через довільну замкнуту поверхню  $S$  дорівнює алгебраїчній сумі зарядів в об'ємі  $V$ , який обмежує дана поверхня.
- Четверте рівняння в (8) – теорема Остроградського-Гаусса для вектора індукції магнітного поля: потік вектора  $\vec{B}$  через довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

8. Електромагнітне поле

**5. Система рівнянь Максвелла в диференціальному вигляді.**

- Систему рівнянь Максвелла (8) можна записати в диференціальному вигляді, використавши математичні теореми Гаусса та Стокса:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Нечто большее (2021) см. | Серрал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Серрал Однажды в сказк... | UKR.NET: Всi новини Укра... | (259) Входящие • timeIn@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекция%204\_.pdf

Слайд 1 22 / 24 | 100%

### 8. Електромагнітне поле

- Фізичний зміст першого та третього рівнянь (9) полягає в тому, що електричне поле виникає при зміні магнітного поля, або тоді, коли в просторі існують електричні заряди.
- Магнітне поле створюється рухомими електричними зарядами (струмами провідності) або струмами зміщення (змінним електричним полем). Магнітних зарядів в природі немає, тому в (9)  $\text{div}\vec{B} = 0$ .
- Рівняння Максвелла не симетричні відносно електричного і магнітного полів. Це пов'язано з тим, що в природі існують електричні заряди але немає магнітних.

12:10 15.06.2021

Нечто большее (2021) см. | Серрал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Серрал Однажды в сказк... | UKR.NET: Всi новини Укра... | (259) Входящие • timeIn@... |

dl.nure.ua/pluginfile.php/356205/mod\_resource/content/2/Лекция%204\_.pdf

Слайд 1 23 / 24 | 100%

- Рівнянням Максвелла в інтегральній формі (8) властива більша загальність, ніж рівнянням у диференціальній формі (9).
- Рівняння в інтегральній і диференціальній формі будуть математично еквівалентні, якщо рівняння Максвелла в диференціальній формі доповнити граничними умовами, які повинні задовольняти електромагнітне поле на межі розділу двох середовищ.
- Крім цього систему основних рівнянь доповнюють матеріальними рівняннями:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (10)$$

де  $\epsilon$  – діелектрична,  $\mu$  – магнітна проникності середовища, а  $\sigma$  – електропровідність середовища.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

12:10 15.06.2021

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: d\_ph@nure.ua

Вопрос 4

- **Математичний зміст системи** – дозволяє знайти невідомі параметри електромагнітного поля:  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D}$  за заданими величинами:
  - джерела поля:  $\vec{j}, \sigma$  ;
  - параметри середовища:  $\epsilon, \mu$  ;
- **Фізичний зміст системи рівнянь Максвелла** - обґрунтовує існування єдиного ЕМП; назва теорії: класична електродинаміка.
- **Межі застосування теорії Максвелла:** макроскопічне ЕМП, тобто не може бути застосована на мікроскопічному рівні;

24. Вільні електромагнітні коливання. Диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань, період, частота.

1. **Вільні гармонічні електромагнітні коливання.**

- **Коливання** – рух або процес, який характеризується певним повторенням з часом. Коливальний рух завжди відбувається відносно положення стійкої рівноваги.
- Характер впливу зовнішнього середовища на коливальну систему, дозволяє розрізнити вільні та вимушені коливання.
- Коливання називаються **вільними** (або власними), якщо вони відбуваються за відсутності зовнішнього впливу на коливальну систему і виникають при початковому відхиленні цієї системи від положення рівноваги.
- **Вимушені** коливання – з'являються при наявності зовнішнього періодичного впливу на систему.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

11. Електромагнітні коливання

- **Електромагнітні коливання** – періодичні взаємозв'язані електричні та магнітні процеси, які зумовлюють періодичну зміну таких величин, як заряд, сила струму, напруженість електричного та індукція магнітного полів та ін.
- **Період коливальності** – час, за який відбувається одне повне коливання.  $[T]=[c]$
- **Частота коливальності** – число коливань за одиницю часу.  $[v]=[1/c]=[Гц]$

$$\nu = 1/T$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

Процеси в коливальному контурі:

The diagram illustrates the energy exchange in an LC circuit over one full cycle. It shows five stages of a circuit with a capacitor (C) and an inductor (L):

- Stage 1: Fully charged capacitor (C), zero current (I).
- Stage 2: Fully charged inductor (L), zero charge (q).
- Stage 3: Fully charged capacitor (C) with opposite polarity to stage 1, zero current (I).
- Stage 4: Fully charged inductor (L) with opposite polarity to stage 2, zero charge (q).
- Stage 5: Fully charged capacitor (C) with original polarity, zero current (I).

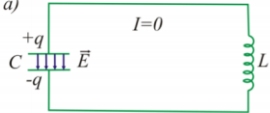
Below the diagrams is a graph showing the time dependence of charge  $q(t)$  (blue curve) and current  $I(t)$  (red curve) over one full cycle  $2\pi$ . The charge  $q(t)$  is a cosine function starting at  $q_m$  at  $t=0$ . The current  $I(t)$  is a sine function starting at zero at  $t=0$ . The graph is divided into five vertical sections corresponding to the stages of the circuit diagram above. The x-axis is time  $t$  and the y-axis is charge  $q$  and current  $I$ .

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укр... | (259) Входящие • timef... | dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекция%205.pdf

Слайд 1 6 / 36 100%

- Якщо конденсатор  $C$  коливального контуру має початковий заряд  $q$  (рис. 2а), то в процесі розрядки виникає струм, що змінюється із швидкістю  $\frac{dI}{dt}$ , та

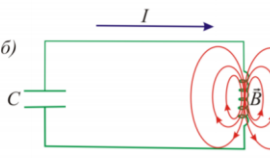
а)



е.р.с. самоіндукції в котушці з індуктивністю  $L$ :

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}.$$

б)



Напруга на конденсаторі

$$U_c = \frac{q}{C}$$

дорівнює е. р. с. самоіндукції:

$$-L \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{q}{C}.$$

Рис. 2

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

Нечто большее (2021) см. | Сериал Бумажный дом | Онлайн фильмы в хорош... | Сериал Однажды в сказк... | UKR.NET: Вс новини Укр... | (259) Входящие • timef... | dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекция%205.pdf

Слайд 1 7 / 36 100%

11. Електромагнітні коливання

- Поділимо обидві частини рівняння на  $L$  та позначимо

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = \ddot{q}, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

- Диференціальне рівняння коливаний для коливального контуру має вигляд:  $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$
- Розв'язком диференціального рівняння вільних коливаний є гармонічні функції – синус чи косинус:
 
$$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$
 де  $q_m$  – амплітуда заряду конденсатора,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  – власна циклічна частота коливаний в контурі,  
 $\varphi_0$  – початкова фаза.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

11. Електромагнітні коливання

- Сила струму  

$$I = \dot{q} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}),$$
де  $I_m = \omega_0 q_m$  – амплітуда сили струму.
- Зсув фаз між зарядом конденсатора та струмом у контурі  $\frac{\pi}{2}$ .
- Напруга на конденсаторі дорівнює:  

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$
де  $U_m = \frac{q_m}{C}$  – амплітуда напруги.
- Зсув фаз між напругою та зарядом конденсатора дорівнює нулю.
- Амплітуди сили струму та напруги пов'язані формулою:  

$$I_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}} = \frac{U_m}{\sqrt{\frac{L}{C}}},$$
де величину  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  називають хвильовим опором коливального контуру.

- Період коливань контуру (формула Томсона)  

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$
- Частота коливань  

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$
- Енергія магнітного поля котушки  

$$W_{\text{маг}} = \frac{LI^2}{2}.$$
- Енергія електричного поля конденсатора  

$$W_{\text{ел}} = \frac{q^2}{2C}.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

25.Згасаючі електромагнітні коливання. Диференціальне рівняння згасаючих коливань, період, частота.



11. Електромагнітні коливання

## 2. Згасаючі коливання.

- В реальному коливальному контурі відбувається згасання коливань внаслідок втрати енергії, наприклад, при виділенні тепла на омичному опорі  $R$  контуру.
- Падіння напруги на опорі  $R$  дорівнює
 
$$U_R = IR = \frac{dq}{dt} R = R\dot{q}.$$
- ЕРС самоіндукції
 
$$\varepsilon_C = \frac{q}{C} + R\dot{q} = -L \frac{dI}{dt}.$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0.$$

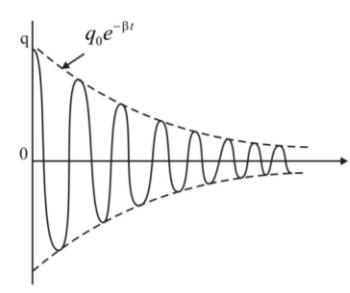
11. Електромагнітні коливання

- Поділимо рівняння на  $L$  та позначимо  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ;  
 $\beta = \frac{R}{2L}$  – коефіцієнт згасання.
- Диференціальне рівняння згасаючих коливань:
 
$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1)$$
- Розв'язок цього рівняння можна знайти для двох випадків:
  - $\beta^2 \geq \omega_0^2$  – згасання в системі значне, система, виведена з положення рівноваги, не повертається до цього положення, процес аперіодичний;

б)  $\beta^2 < \omega_0^2$  – за умови незначного згасання рівняння має розв'язок:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (2)$$

де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – умовна циклічна частота згасаючих коливань.



- Коливання (2) не є гармонічними, залежність  $q(t)$  зображено на рис. 3; амплітуда згасаючих коливань залежить від часу:

$$q_m(t) = q_0 e^{-\beta t}.$$

Рис. 3

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

11. Електромагнітні коливання

- Хоча згасаючі коливання не є періодичними в точному значенні цього поняття (амплітуда заряду зменшується з плином часу), та є певна повторюваність коливань. Так, сусідні максимальні чи мінімальні значення заряду (а також сили струму чи напруги) досягаються через рівні проміжки часу –  $T$ , цю величину називають періодом згасаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

11. Електромагнітні коливання

- Напруга на конденсаторі пропорційна заряду, тому їх фази збігаються:
 
$$U_C = \frac{1}{C} q = U_m \cos(\omega t + \alpha),$$
 де  $U_m = \frac{q_m}{C} e^{-\beta t}$ .
- Сила струму в контурі дорівнює
 
$$I = \frac{dq}{dt} = q_m e^{-\beta t} [-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)].$$

26. Згасаючі електромагнітні коливання. Величини, що характеризують згасання.

3. Величини, що характеризують згасання.

- Час, протягом якого амплітуда зменшується в  $e$  разів, називають часом релаксації  $\tau$ :
 
$$\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{2L}{R}.$$
- Логарифмічний декремент згасання  $\lambda$ :
 
$$\lambda = \ln \frac{q_m(t)}{q_m(t+T)} = \beta T.$$
- Число коливань, які здійснює система за час, протягом якого амплітуда заряду зменшується в  $e$  разів, є величиною, оберненою логарифмічному декременту:
 
$$N_e = \frac{1}{\lambda}.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

11. Електромагнітні коливання

- Добротність коливальної системи  $Q$  – обернено пропорційна відносному зменшенню енергії коливань  $\frac{-\Delta W}{W}$  за період:
 
$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}.$$

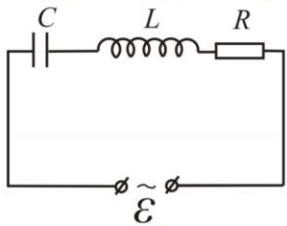
Якщо згасання незначне, то

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

## 27. Вимушені електромагнітні коливання. Диференціальне рівняння вимушених коливань.

4. Вимушені електричні коливання.

- Вимушені електричні коливання виникнуть в коливальному контурі, якщо в контурі діє зовнішня ЕРС (рис. 4), яка змінюється за гармонічним законом:  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t$
- Відповідно до закону Кірхгофа:  $\varepsilon + \varepsilon_c = U_C + U_R.$



$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t \quad (3)$$

- Диференціальне рівняння вимушених коливань:
 
$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t. \quad (4)$$

Рисунок 4

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

Нечто большее (2021) | Серил Бумажный до... | Онлайн фильмы в хо... | Серил Однажды в си... | UKR.NET: Всi новини | (Без теми) • timelml@... | FILE VIEW

dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекция%205.pdf

Слайд 1 18 / 36 | 100%

- Рівняння (4) є неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Загальний розв'язок такого рівняння дорівнює сумі розв'язку відповідного однорідного рівняння (1) та частинного розв'язку неоднорідного рівняння (4). Розв'язок однорідного рівняння характеризує затухаючі коливання, які через деякий проміжок часу значно зменшуються. Тому через час встановлення коливань коливання визначаються частинним розв'язком рівняння (4):
 
$$q = q_0 \cos(\Omega t - \psi)$$

де  $\Omega$  – частота зовнішньої ЕРС.  
 $q_0$  – амплітуда заряду на конденсаторі;  $\psi$  – різниця фаз між коливаннями заряду і зовнішньою ЕРС, заряд завжди відстає по фазі від ЕРС.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12:17 15.06.2021

Нечто большее (2021) | Серил Бумажный до... | Онлайн фильмы в хо... | Серил Однажды в си... | UKR.NET: Всi новини | (Без теми) • timelml@... | FILE VIEW

dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекция%205.pdf

Слайд 1 19 / 36 | 100%

11. Електромагнітні коливання

- Сила струму в контурі дорівнює:
 
$$I = \frac{dq}{dt} = -\Omega q_0 \sin(\Omega t - \psi) = I_0 \cos\left(\Omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos(\Omega t - \varphi)$$
 де  $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$  – зсув фаз між струмом та ЕРС, амплітудне значення сили струму  $I_0 = \Omega q_0$

Для визначення амплітудної величини сили струму і фази застосуємо метод векторних діаграм. Для цього ліву частину рівняння (3) представимо як суму напруг на індуктивності, опорі і ємності. В кожний момент часу сума цих напруг повинна дорівнювати зовнішній електрорушійній силі.

$$U_L + U_R + U_C = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t$$

12:17 15.06.2021

Слайд 1 20 / 36 100%

- Знайдемо напругу на окремих ділянках коливального контуру:

$$U_R = RI_0 \cos(\Omega t - \varphi) = U_{R_0} \cos(\Omega t - \varphi)$$

$U_{R_0} = RI_0$  – амплітуда значення напруги на опорі, за фазою  $U_R$  збігається зі струмом.

$$U_C = \frac{q_0}{C} \cos(\Omega t - \psi) = U_{C_0} \cos\left(\Omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$U_{C_0} = \frac{q_0}{C} = \frac{I_0}{\Omega C}$  – амплітудне значення напруги на конденсаторі.  $U_C$  відстає за фазою від струму на  $\frac{\pi}{2}$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -\Omega LI_0 \sin(\Omega t - \varphi) = U_{L_0} \cos\left(\Omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$U_{L_0} = \Omega LI_0$  – амплітуда напруги на індуктивності. За фазою  $U_L$  випереджає струм на  $\frac{\pi}{2}$ .

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

Слайд 1 21 / 36 100%

### Векторна діаграма

• Довжина векторів дорівнює амплітудному значенню, а напрям їх визначається початковою фазою.

Рис.5

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

22 / 36

З цієї векторної діаграми легко одержати формули для амплітудного значення сили струму і величину зсуву фази.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}$$

Амплітудне значення величини заряду:

$$q_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\Omega \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}$$

12:18 15.06.2021

23 / 36

11. Електромагнітні коливання

- Зсув фаз між силою струму та зовнішньою ЕРС  $\varphi$ :
 
$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left( \psi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}$$
- З цієї формули видно, що відставання за фазою сили струму від зовнішньої ЕРС буде в контурах, для яких  $\Omega L > \frac{1}{\Omega C}$ , а випередження – за умови  $\Omega L < \frac{1}{\Omega C}$ .

12:18 15.06.2021

28. Змінний струм. Ємнісний, індуктивний, повний опір кола. Потужність в колі змінного струму.

Нечто большее (2021) | Серіал Бумажный до... | Онлайн фильмы в хо... | Серіал Однажды в си... | UKR.NET: Всi новини | (Без теми) • timelml@... | FILE VIEW

dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекція%205.pdf

Слайд 1 24 / 36 | 100%

### 5. Змінний струм.

- **Змінним** називають струм, сила якого змінюється з часом за періодичним законом (найчастіше гармонічним). Прикладом такого струму є струм в послідовному коливальному контурі:

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

який виникає, якщо в контурі зовнішня ЕРС змінюється за гармонічним законом

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t.$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12-18 15.06.2021

Нечто большее (2021) | Серіал Бумажный до... | Онлайн фильмы в хо... | Серіал Однажды в си... | UKR.NET: Всi новини | (Без теми) • timelml@... | FILE VIEW

dl.nure.ua/pluginfile.php/356785/mod\_resource/content/1/Лекція%205.pdf

Слайд 1 25 / 36 | 100%

### 12. Змінний струм

- Змінний струм характеризують:
  - амплітудне значення сили струму  $I_0$  ;
  - миттєве значення  $I$  ;
  - діюче значення  $I_0 = I_0 / \sqrt{2}$  .
- На величину змінного струму впливають:
  - активний опір  $R$  ;
  - ємність  $C$  ;
  - індуктивність  $L$  .

12-18 15.06.2021



Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12. Змінний струм

**Закон Ома для змінного струму. Імпеданс.**

- **Закон Ома** для амплітудних значень змінного струму
 
$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$
- Знаменник цього виразу називають **повним опором кола або імпедансом**:
 
$$Z = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

12-18  
15.06.2021

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12. Змінний струм

- З ємністю та індуктивністю пов'язані :
  - ємнісний опір  $X_C = \frac{U_{C0}}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$ ;
  - індуктивний опір  $X_L = \frac{U_{L0}}{I_0} = \omega L$ .
- Величину  $X = X_L - X_C$  називають реактивним опором.
 
$$X = \frac{U_{L0} - U_{C0}}{I_0} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12-18  
15.06.2021

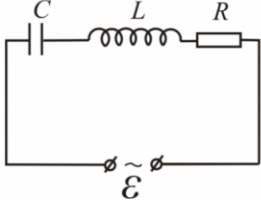
29. Резонанс напруг та струмів. Резонансна частота.

12. Змінний струм

### 6. Резонанс напруг та струмів.

- Внаслідок залежності амплітуди сили струму від часу:
 
$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}},$$

в колі змінного струму спостерігають явище *резонансу*. В послідовному коливальному контурі це *резонанс напруг*.



- Знаменник  $I_0(\omega)$  має мінімальне значення при частоті, яка дорівнює  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , тобто власній частоті коливань коливального контуру.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12. Змінний струм

- Якщо  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , то:
 
$$Z = R; \quad I_0 = \frac{\epsilon_0}{R};$$

$$U_{L0} = I_0 \omega L = \epsilon_0 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad U_{C0} = I_0 \frac{1}{\omega C} = \epsilon_0 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$
- Згадаємо, що  $U_L$  та  $U_C$  мають протилежні фази тобто при резонансі
 
$$U_{L0} = U_{C0}.$$

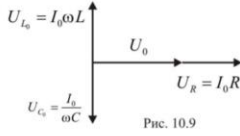


Рис. 10.9

12. Змінний струм

$$\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$
 - добротність коливального контуру для випадку незначного згасання.

- Тоді  $U_{L0} = U_{C0} = \epsilon_0 Q$ , тобто напруга на конденсаторі та котушці перевищує амплітуду зовнішньої ЕРС в  $Q$  разів.
- Якщо згасання незначне, то  $Q \gg 1$ , при резонансі напруги значно зростає напруга на реактивних елементах контуру (порівняно з амплітудою зовнішньої ЕРС).

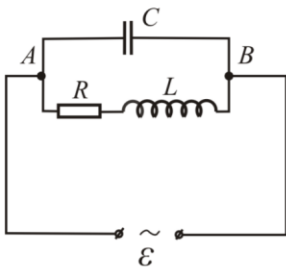
Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

12. Змінний струм

- Резонансні криві сили струму для різних активних опорів наведено на рис.
- При збільшенні активного опору висота кривої зменшується, максимум всіх кривих – при частоті  $\omega_0$ .
- Явище резонансу напруг використовують, наприклад, для виділення сигналів певної частоти в радіоприймачах.

The graph shows the relationship between current amplitude  $I_m$  and angular frequency  $\omega$ . Three resonance curves are plotted, all peaking at the same frequency  $\omega_0$ . The peak height of the curves decreases as the active resistance increases.

Слайд 1 32 / 36 100%



- В паралельному коливальному контурі можна спостерігати **резонанс струмів**.

$$\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

- Сила струму, що проходить через конденсатор  $I_C$  та через котушку  $I_L$  в сумі дають повну силу струму  $I_0$ .

- Напряга на конденсаторі та котушці  $U_{AB}$  однакова.

$$I_0 = |I_{C_0} - I_{L_0}| = U_0 \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right|$$

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

Слайд 1 33 / 36 100%

**12. Змінний струм**

- При резонансі повний струм наближається до нуля, повний опір сягає найбільшої величини. При цьому сили струмів  $I_L$  і  $I_C$  можуть бути значно більшими ніж струм  $I_0$ .
- Явище різкого зменшення амплітуди сили струму в зовнішній частині паралельного кола при наближенні частоти зовнішньої ЕРС до резонансної частоти називається **резонансом струмів**
- Великий опір змінного струму такого кола при частоті близької до резонансної, дозволяє його застосовувати в резонансних підсилювачах для виділення певного сигналу з сигналу складної форми.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра фізики, тел.: 7021-345, e-mail: fizika@kture.kharkov.ua

30.Пружні хвилі. Рівняння плоскої хвилі. Фазова швидкість пружних хвиль. Хвильове рівняння.

### 11.3. Хвильове рівняння для плоскої пружної хвилі

Рівняння будь-якої хвилі (11.15), (11.16) є розв'язком диференціального хвильового рівняння.

Для того щоб знайти його вид, розглянемо другі частинні похідні за часом і координатами від рівняння плоскої хвилі (11.15)

$$u = u_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = u_0 \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0). \quad (11.17)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 u_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -\omega^2 u;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k_x^2 u_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_x^2 u; \quad (11.18)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -k_y^2 u_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_y^2 u;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -k_z^2 u_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_z^2 u.$$

349

---

Додамо похідні за координатами (11.14)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)u = -k^2 u,$$

і зіставимо цю величину з похідною за часом (11.18)

$$\frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (11.19)$$

За умови  $k = \frac{\omega}{v}$ , тобто  $\frac{1}{v} = \frac{k}{\omega}$ , отримаємо з (11.15) хвильове рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (11.20)$$

Застосувавши оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

рівняння (11.16) набуває вигляду

$$\Delta u = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (11.21)$$

Розв'язком рівняння (11.20) або (11.21) є не тільки функція (11.17), а й будь-яка функція виду

$$f(x, y, z, t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z).$$

Для плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі  $x$ , хвильове рівняння має вигляд

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (11.22)$$

а його розв'язок (рівняння плоскої хвилі в напрямку осі  $x$ ) такий:

$$u(x, t) = u_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

### 31. Енергія пружної хвилі. Вектор Умова.

**4 Енергія пружної хвилі.**

Процес розповсюдження хвилі супроводжується переносом енергії. Енергія, яка переноситься хвилею через деяку поверхню в одиницю часу, має назву **потіку енергії** через цю поверхню

$$\Phi = \frac{dW}{dt}; \quad [\Phi] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1 \text{Вт} \quad (19)$$

**Густина потоку енергії** чисельно дорівнює потоку енергії через одиничну площу, розташовану в даній точці перпендикулярно до напрямку, в якому переноситься енергія. Напрямок вектора густини потоку збігається з напрямком переносу енергії.

Якщо  $\vec{v}$  – швидкість переносу енергії хвилею (фазова швидкість), то  $dW$  дорівнює енергії всередині косої поверхні (рис. 4) з площею основи  $dS$  і з твірною довжиною  $v dt$ :

$$dW = w v dt dS \cos \alpha = w \vec{v} d\vec{S} dt. \quad (20)$$

Тоді  $d\Phi = w \vec{v} d\vec{S} = \vec{J} d\vec{S}$ ,  
де  $w$  – об'ємна густина енергії хвилі,  
 $d\vec{S} = \vec{n} dS$ ,  $\vec{n}$  – одиничний вектор до площини  $dS$ ,  $\alpha$  – кут між  $\vec{v}$  і  $d\vec{S}$ .

**Вектор густини потоку енергії**

$$\vec{J} = w \vec{v} \quad (21)$$

має назву **вектора Умова**, тому що вперше був введений в 1874 р російським вченим Н.А. Умовим (1846 – 1915), який розв'язав задачу про рух енергії в пружному середовищі.

Напрямок вектора Умова збігається з напрямком переносу енергії, а його модуль дорівнює енергії, що переноситься хвилею за одиницю часу крізь одиничну площину, розташовану перпендикулярно напрямку розповсюдження хвилі:

$$J = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (22)$$

де  $dS_\perp = dS \cos \alpha$ .

Потік енергії крізь довільну поверхню  $S$  дорівнює

$$\Phi = \int_S \vec{J} d\vec{S}, \quad (23)$$

**Інтенсивність хвилі** називається скалярна величина  $I$ , що дорівнює середньому значенню вектора Умова.

$$I = \langle J \rangle. \quad (24)$$

### 32. Електромагнітні хвилі. Рівняння електромагнітної хвилі. Шкала ЕМХ та їх застосування.

### 1 Рівняння Максвелла та електромагнітні хвилі

На відміну від механічних хвиль, для існування електромагнітних хвиль середовище не потрібне.

Існування електромагнітних хвиль випливає з рівнянь Максвелла.

Для області електромагнітного поля, вільної від електричних зарядів і струмів провідності, ці рівняння мають вигляд:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0; & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Для однорідного ізотропного діелектрика} & & \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E}; & \vec{B} &= \mu_0 \vec{H}; \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність,  $\mu$  – магнітна проникність середовища,  $\varepsilon$  і  $\mu$  – сталі скалярні величини, не залежать ні від координат ні від часу.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad \text{або} \quad [\nabla \vec{E}] = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad [\nabla \vec{H}] = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0; \quad \nabla \vec{E} = 0, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0; \quad \nabla \vec{H} = 0. \quad (6)$$

Згадаємо, що

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} = [\nabla \vec{E}] &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \hat{i} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \hat{j} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \hat{k} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right); \\ \operatorname{div} \vec{E} = \nabla \vec{E} &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}. \end{aligned}$$

Візьмемо ротор від обох частин рівняння (3)

$$[\nabla, [\nabla \vec{E}]] = -\mu_0 \nabla \left[ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right]; \quad (7)$$

і змінивши послідовність диференціювання за координатами і за часом в правій частині рівняння (7)

$$\left[ \nabla, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \vec{H}],$$

тоді

$$[\nabla, [\nabla \vec{E}]] = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \vec{H}]; \quad (8)$$

З урахуванням (4) з (8) одержимо:

$$[\nabla, [\nabla \vec{E}]] = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (9)$$

$$\text{Зуважимо, що } [\nabla, [\nabla \vec{E}]] = \nabla(\nabla \vec{E}) - \Delta \vec{E}. \quad (10)$$

$$\text{або } \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E}.$$

В силу (5) з (10) залишається тільки  $-\Delta \vec{E}$ , таким чином рівняння (9) перетворюється на рівняння:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (11)$$

Якщо розкрити оператор Лапласа  $\Delta \vec{E}$ , одержимо

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}.$$

Після аналогічних операцій з рівнянням (4), будемо мати:

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (12)$$

$$\text{або} \quad \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}.$$

Порівняння (11) та (12) з диференціальним рівнянням пружної хвилі можна зробити висновок, що ці рівняння є хвильовими диференціальними рівняннями, розв'язком яких є рівняння хвилі.

Таким чином, **хміне електромагнітне поле дійсно розповсюджується в просторі у вигляді хвиль, фазова швидкість яких**

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (13)$$

де  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$  – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі; де  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ . Тепер рівняння (11) та (12) можна записати у вигляді системи диференціальних хвильових рівнянь електромагнітного поля

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (14)$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (15)$$

### 4 Шкала електромагнітних хвиль

Електромагнітне випромінювання або електромагнітні хвилі генеруються і реєструються в широкому діапазоні частот. Окремі ділянки спектру мають свої назви, що наведені в табл. 1 яка дає уяву про шкалу електромагнітних хвиль.

Таблиця 1

Назва діапазону	Довжина хвилі $\lambda$ , м	Частота $\nu$ , Гц	Джерела. Основні методи збудження
Низькочастотні хвилі (інфранюжні, низькі, промислові, звукові частоти)	$3 \cdot 10^3$ і більше	Менш $10^3$	Змінні струми, генератори
Радіохвилі: наддовгі, довгі, середні, короткі (низькі, середні і високі частоти)	$10^3 + 1$	$3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^9$	Генератори радіочастот
Радіохвилі ультракороткі: дециметрові, сантиметрові, міліметрові, субміліметрові (ультрависокі і надвисокі частоти)	$1 + 10^{-4}$	$3 \cdot 10^9 + 10^{12}$	Генератори надвисоких частот
Інфрачервоні промені (теплові)	$10^{-4} + 7,6 \cdot 10^{-7}$	$10^{12} + 4 \cdot 10^{14}$	Теплове випромінювання тіл
Світлові промені (видимі)	$7,6 \cdot 10^{-7} + 4 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} + 7,5 \cdot 10^{14}$	Випромінювання атомів та молекул при нагріванні тіл і при електричних розрядах.
Ультрафіолетові промені	$4 \cdot 10^{-7} + 10^{-8}$	$7,5 \cdot 10^{14} + 3 \cdot 10^{16}$	Випромінювання тіл при високих температурах та атомів при дії на них швидких електронів.
Рентгенівські промені	$10^{-8} + 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{16} + 3 \cdot 10^{20}$	Випромінювання електронів при гальмуванні на аноді; Випромінювання атомів при збудженні електронів на внутрішніх оболонках (гальмівне і характеристичне рентгенівське випромінювання).
Гамма – промені	$10^{-12} + 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{20} + 3 \cdot 10^{22}$	Ядерні процеси, радіоактивний розпад.

### 33. Енергія електромагнітної хвилі. Вектор Пойнтинга.

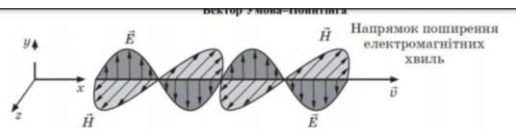


Рис. 2

Електромагнітні хвилі несуть з собою у просторі енергію, яка міститься в електричному і магнітному полях. При поширенні електромагнітної хвилі у вакуумі ( $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ) *об'ємна густина енергії електричного поля дорівнює*

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2,$$

а магнітного

$$w_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2.$$

*Повна густина енергії електромагнітного поля*

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2. \quad (21)$$

Енергія електромагнітного поля дорівнює  $W = \int w dV$ .

$E$  і  $H$  змінюються з однаковою фазою, тому співвідношення (20) для амплітудних значень буде таким же і для миттєвих значень  $E$  і  $H$ :

$$E \sqrt{\epsilon_0} = H \sqrt{\mu_0}.$$

Це означає, що густина енергії електричного і магнітного полів в кожний момент часу однакова:

$$w_e = w_m.$$

Тоді (21) можна записати у вигляді:

$$w = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} EH = \frac{1}{v} EH \quad (22)$$

Тоді *модуль густини потоку енергії електромагнітного випромінювання* (енергія, що переноситься хвилею через одиничну площу за одиницю часу):

$$S = w \cdot v, \text{ або } S = EH. \quad (23)$$

Напрямок вектора  $\vec{S}$  збігається з напрямком швидкості  $\vec{v}$ , яка перпендикулярна  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ , тому для вектора Умова-Пойнтинга  $\vec{S}$  можна записати

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (24)$$

Формула (24) дає *миттєве значення густини потоку енергії електромагнітної хвилі*.

### 34. Світло як електромагнітна хвиля. Принцип Гюйгенса. Монохроматичність та когерентність світлових хвиль.

#### 6. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля

*Дифракція – це сукупність явищ, зумовлених хвильовою природою світла, які виникають при відхиленні світлового променя від прямолінійності. Можна сказати, що дифракцією називається огинання хвилями перешкод, що зустрічаються на їх шляху.*

Дифракція спостерігається при поширенні світла поблизу різкого краю непрозорого або прозорого тіла, крізь вузькі отвори і взагалі у середовищі з різкими неоднорідностями. Дифракція властива кожному хвильовому руху незалежно від довжини хвилі. Завдяки дифракції хвилі можуть потрапляти в область геометричної тіні.

Між інтерференцією і дифракцією немає суттєвої фізичної різниці. Обидва явища полягають у перерозподілі світлового потоку в результаті суперпозиції хвиль. Історично так сталося, що перерозподіл інтенсивності, що з'являється в результаті суперпозиції хвиль, збуджених скінченним числом дискретних когерентних джерел, називається інтерференцією хвиль. Якщо перерозподіл інтенсивності виникає внаслідок суперпозиції хвиль, які збуджуються безперервно розташованими когерентними джерелами, то мова



іде про дифракцію. Тому говорять про інтерференційну картину від двох вузьких щілин і про дифракційну картину від однієї щілини.

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два великих класи: дифракційні явища Френеля (дифракція Френеля) і дифракційні явища Фраунгофера (дифракція Фраунгофера).

**Дифракція Френеля**, або дифракція сферичних хвиль, відбувається у випадку, коли дифракційна картина спостерігається на скінченній відстані від перешкоди, яка спричиняє дифракцію. При цьому кутові розміри оптичної неоднорідності набагато більші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цієї неоднорідності.

**Дифракція Фраунгофера** – дифракція в паралельних променях, спостерігається на відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Між дифракціями Фраунгофера і Френеля немає принципової різниці і різкої межі.

Відхилення від прямолінійності розповсюдження світла можна пояснити використовуючи **принцип Гюйгенса**: *кожна точка простору, до якої доходить хвиля, є центром вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент.*

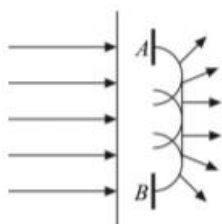


Рис. 1

Нехай плоска хвиля падає нормально на отвір  $AB$  в непрозорому екрані (рис.1). Згідно з принципом Гюйгенса кожна точка ділянки хвильового фронту від  $A$  до  $B$  є джерелом вторинних хвиль (в однорідному

ізотропному середовищі вони сферичні). Якщо провести обвідну вторинних хвиль для деякого моменту часу, то ми побачимо, що фронт хвиль заходить в область геометричної тіні, тобто хвиля огинає край отвору.

Принцип Гюйгенса визначає тільки напрямок розповсюдження хвильового фронту, але не амплітуду, а отже і інтенсивність хвиль. Френель

24

доповнив принцип Гюйгенса ідеєю інтерференції вторинних хвиль, що є когерентними.

**Основні положення принципу Гюйгенса – Френеля наступні.**

- Під час розрахунку амплітуди світлових коливань, які збуджуються джерелом  $S_0$  в довільній точці спостереження  $P$ , джерело  $S_0$  можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – ділянок  $dS$  на хвильовій поверхні  $S$ , при цьому точка  $P$  – зовнішня відносно поверхні  $S$  (рис. 2).

**Основні положення принципу Гюйгенса – Френеля наступні.**

- Під час розрахунку амплітуди світлових коливань, які збуджуються джерелом  $S_0$  в довільній точці спостереження  $P$ , джерело  $S_0$  можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – ділянок  $dS$  на хвильовій поверхні  $S$ , при цьому точка  $P$  – зовнішня відносно поверхні  $S$  (рис. 2).

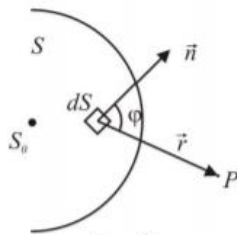


Рис. 2

- Вторинні джерела на хвильовій поверхні  $S$  когерентні первинному джерелу  $S_0$  і між собою, внаслідок чого збуджені ними вторинні хвилі інтерферують при накладанні.

- Амплітуда коливань, збуджених в точці  $P$  вторинним джерелом, пропорційна площі  $dS$  відповідної ділянки хвильової поверхні  $S$  і

звернено пропорційна відстані  $r$  від  $dS$  до точки спостереження  $P$ . Вона залежить також від кута  $\varphi$  між зовнішньою нормаллю  $\vec{n}$  до хвильової поверхні і напрямком вектора  $\vec{r}$ .

Отже від кожної ділянки  $dS$  хвильової поверхні в точку  $P$  надходить коливання з амплітудою

$$dA = K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS, \quad (1)$$

де  $(\omega t + \alpha_0)$  – фаза коливання в місці розташування хвильової поверхні  $S$ ,  
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число. Величина  $A_0$  визначає амплітуду світлового коливання в тому місці, де знаходиться  $dS$ .

25

Коефіцієнт  $K(\varphi)$  – коефіцієнт нахилу, залежить від кута  $\varphi$  між нормаллю  $\vec{n}$  до площини  $dS$  і напрямком  $\vec{r}$  (від  $dS$  до точки  $P$ ), тобто він характеризує зміну амплітуди вторинних хвиль в залежності від напрямку. При  $\varphi = 0$  цей коефіцієнт максимальний, при  $\varphi \geq \frac{\pi}{2}$  він наближається до нуля (вторинні джерела не випромінюють назад). Результуюче коливання в точці  $P$  є суперпозицією коливань (1), взятих для всієї хвильової поверхні  $S$ :

$$A = \int_S K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (2)$$

Формула (2) є аналітичним виразом принципу Гюйгенса-Френеля. Суть його в тому, що при розрахунку амплітуди коливання, породженого в точці  $P$  світловою хвилею, яка поширюється від реального джерела, можна замінити це джерело сукупністю вторинних джерел, розташованих уздовж хвильової поверхні. Якщо частина поверхні  $S$  закрита непрозорими екранами, то відповідні їм (закриті екранами) вторинні джерела не випромінюють, а решта випромінює, як і у відсутності екранів.

### 35. Інтерференція світла. **Методи спостереження інтерференції.**

#### 2. Інтерференція світла

В основі хвильової оптики лежить теорія електромагнітних хвиль Максвелла і співвідношення для електромагнітних хвиль, що випливають з рівнянь Максвелла. Згідно цієї теорії в електромагнітній хвилі відбувається коливання векторів напруженості електричного  $\vec{E}$  та магнітного  $\vec{H}$  полів. Треба зауважити, що в оптиці фотохімічний, фотоелектричний і фізіологічний вплив визначається коливанням вектора  $\vec{E}$ , який називається **світловим вектором**.

Інтерференція світла – це одне з істотних явищ, що допомогло з'ясувати природу світла, вперше спостерігалось Томасом Юнгом (1773-1829 рр.) в 1801р. Завдяки цьому явищу Д. Араго і О. Френель не тільки підтвердили хвильову природу світла, а й довели, що світлові хвилі поперечні.

#### Принцип суперпозиції світлових хвиль:

В просторі одночасно поширюється безмежна кількість світлових хвиль, взаємне перетинання яких не впливає на їх поширення.

Математично це означає, що виконується **принцип суперпозиції, тобто напруженість електричного поля  $E$ , що створюється в даній точці простору декількома ( $N$ ) джерелами світла, дорівнює векторній сумі напруженостей, які б вони створювали в цій точці кожне окремо**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$$

#### 2. Додавання коливань і хвиль. Явище інтерференції світла.

Нехай дві монохроматичні світлові хвилі поширюються в одному напрямку і збуджують в деякій точці простору коливання однакової частоти з різними амплітудами і початковими фазами. Напруженості цих коливань

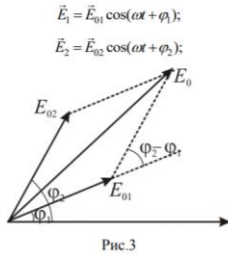


Рис.3

Результат додавання одержимо, застосувавши метод векторних діаграм. Результуюче коливання має ту ж частоту і напрямок, що й додавані коливання

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \varphi) = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) + \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2);$$

його амплітуда

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2} \quad (2.2)$$

Згадаємо, що інтенсивність  $I$  – це модуль середнього за часом значення густини потоку енергії, що переноситься світловою хвилею. (Вектор густини

діаграм. Результуюче коливання має ту ж частоту і напрямок, що й додавані коливання

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \varphi) = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) + \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \varphi_2);$$

його амплітуда

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2} \quad (2.2)$$

Згадаємо, що інтенсивність  $I$  – це модуль середнього за часом значення густини потоку енергії, що переноситься світловою хвилею. (Вектор густини потоку енергії – вектор Пойнтинга  $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ , тоді  $I_1 \sim E_{01}^2, I_2 \sim E_{02}^2$ .

З цього випливає, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди напруженості, тобто з (2.1) одержимо

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.3)$$

Візьмемо до уваги, що ми розглядаємо ідеалізований випадок монохроматичних хвиль однакової частоти.

Монохроматична хвиля – це синусоїдальна хвиля з сталими в часі частотою  $\omega$ , амплітудою  $E_0$  і початковою фазою коливань  $\varphi$ .

Монохроматичні коливання в будь-якій точці простору існують нескінченно довго.

Практично інтенсивність світла, що пов'язана з механізмом його випромінювання, завжди змінюється з часом. Ці зміни неможливо відстежити ні візуально, ні за допомогою оптичних приладів. Тому вираз (2.3) треба усереднити за час спостереження.

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Амплітуди коливань незмінні, тому  $\langle I_1 \rangle = I_1, \langle I_2 \rangle = I_2$ , тобто

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Середнє значення косинуса різниці фаз

$$\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos(\varphi_2 - \varphi_1) dt, \quad (2.4)$$

де  $\tau$  – час спостереження.

Тут можна розглянути два випадки:

1. Різниця фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const}$ . Тоді з (2.4) маємо

$$\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = \frac{1}{\tau} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \int_0^\tau dt = \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const},$$

тобто

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.5)$$

Це випадок *когерентних коливань і створюваних ними когерентних хвиль*. *Коливання і хвилі називаються когерентними, якщо вони мають одну частоту і незмінну з часом амплітуду і початкову фазу (тобто хвилі, що поширюються в результаті цих коливань, мають постійну за часом різницю фаз).*

В цьому випадку інтенсивність коливань (2.5) визначається третім доданком, який включає  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  і має назву *інтерференційного члена*. Ця величина характеризує кореляцію (взаємозв'язок) додаваних коливань.

• Якщо коливання синфазні:  $\varphi_2 = \varphi_1$ , або  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), то інтенсивність максимальна

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2, \text{ при } I_1 = I_2; I_{\max} = 4I_1.$$

• Якщо коливання відбуваються в протифазі:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2m+1)\pi, \text{ то інтенсивність мінімальна}$$

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2; \text{ при } I_1 = I_2; I_{\min} = 0.$$

Таким чином при додаванні когерентних коливань і когерентних світлових хвиль спостерігається **інтерференція світла – перерозподіл світлового потоку, в результаті чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших – мінімуми інтенсивності.**

2. Для не когерентних хвиль різниця фаз змінюється хаотично, середнє значення  $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = 0$ , тобто всюди інтенсивність дорівнює сумі інтенсивностей  $I = I_1 + I_2$ , при  $I_1 = I_2; I = 2I_1$ .

Треба зауважити, що реальні джерела світла не випромінюють строго монохроматичні хвилі, що пов'язано з хаотичним випромінюванням хвиль окремими атомами, втратами енергії на випромінювання, що спричиняє затухання хвиль та ін.

Когерентні хвилі можна одержати, якщо світло від одного і того ж джерела  $O$  (рис. 4) поділити на два пучка, що проходять шляхами  $S_1$  і  $S_2$  в середовищах з показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$  і швидкостями поширення хвиль  $v_1$  і  $v_2$ , а далі пучки звести разом (в точці  $P$ ).

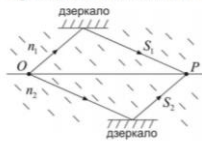


Рис. 4

Вважаємо для простоти, що хвилі мають однакову нульову початкову фазу. Напруженість поля першої хвилі в точці  $P$

$$E_1 = E_{01} \cos \omega(t - \frac{S_1}{v_1}),$$

а для другої хвилі,

$$E_2 = E_{02} \cos \omega(t - \frac{S_2}{v_2})$$

де  $S_1$  і  $S_2$  – геометричні шляхи, що пройшли перша і друга хвилі в середовищах з показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ .

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \text{ і } v_2 = \frac{c}{n_2} \text{ їх фазові швидкості.}$$

Різниця фаз цих хвиль в т.  $P$

$$\delta = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{\omega}{c} (L_2 - L_1),$$

де  $L_1 = S_1 n_1; L_2 = S_2 n_2$  – оптичні шляхи першої і другої хвилі.

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \text{ де } \lambda_0 - \text{довжина хвилі в вакуумі.}$$

$L_2 - L_1 = \Delta$  – оптична різниця ходу, тоді

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \quad (2.6)$$

**Умова максимуму інтерференції:**

Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілій кількості хвиль

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (2.7)$$

$\delta = \pm 2\pi m$  (однакова фаза), **спостерігаємо максимум інтерференції.**

**Умова мінімуму інтерференції:**

При оптичній різниці ходу, що дорівнює напівцілій кількості хвиль

$$\Delta = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

$\delta = \pm (2m+1)\pi$  (коливання в протифазі)

**спостерігається мінімум інтерференції.**

## 36. Використання інтерференції. Просвітлення оптики.

### 5. Застосування інтерференції

Інтерференційна картина, положення максимумів і мінімумів залежить від матеріалу, форми і розмірів пластин, стану їх поверхні і т.д. Тобто явища інтерференції можна застосувати для визначення параметрів прозорих тіл.

**Дослідження стану поверхні.** Застосовуються дві пластини, одна з яких дуже високої якості (дуже гладка) – еталонна, а на неї зверху положено другу – ту, що досліджується. Між цими пластинами існує повітряний проміжок, розміри якого визначають ступінь і характер відхилення поверхні пластини

від еталонної. Якщо на цю систему направити пучок світла, то промені, відбиті від нижньої і верхньої поверхні проміжку, дадуть відповідну інтерференційну картину.

*Визначення малих кутів між поверхнями прозорих тіл.* В цьому випадку застосовується спостереження смуг рівної товщини при інтерференції світла в клині.

Взагалі за допомогою явища інтерференції можливо вимірювати довжину світлових хвиль, лінійні розміри тіл, та їх зміну під впливом різних умов, показники заломлення речовин, тощо.

*Просвітлення оптики* Зважаючи на те, що сучасні оптичні системи мають велику кількість лінз, призм, дзеркал, від поверхні яких відбивається певна частина світлових пучків ( $R; 0,04$ ), дуже важливим є зменшення коефіцієнту відбиття різних елементів.

Цього можна досягти, якщо на поверхню скла нанести тонку плівку з коефіцієнтом заломлення меншим, ніж у скла  $n < n_c$  (рис. 2.15).

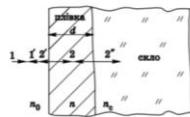


Рис. 2.15

Пучок світла 1, що падає на поверхню плівки, частково відбивається ( $1'$ ), частково проходить у плівку (пучок 2), де на границі зі склом відбувається такий же процес: пучок  $2'$  відбивається, а  $2''$  – проходить.

Внаслідок когерентності пучок світла, відбитий від межі повітря-плівка ( $1'$ ), інтерферує з пучком світла ( $2'$ ), що відбивається на межі плівка-скло. Якщо товщину плівки  $d$  і показники заломлення  $n$  і  $n_c$  вибрати так, щоб відбиті хвилі  $1'$  і  $2'$  знаходились у протифазі, то вони можуть повністю

погасити одна одну, тобто буде спостерігатись «просвітлення оптики». Це можливо за умов:

- 1) амплітуди пучків повинні бути однакові,
- 2) різниця фаз між ними повинна дорівнювати  $\pi$ .

Гасіння спостерігатиметься якщо оптична товщина плівки дорівнюватиме  $\lambda / 4$  (при  $n_c > n > n_0$ ).

*Інтерферометри.* В основі приладів – інтерферометрів лежить явище інтерференції. За допомогою інтерферометрів можливо з високою точністю вимірювати довжини і кути, визначати показники заломлення, тощо.

## 37. Дифракція. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.

### 6. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля

*Дифракція – це сукупність явищ, зумовлених хвильовою природою світла, які виникають при відхиленні світлового променя від прямолінійності. Можна сказати, що дифракцією називається огинання хвилями перешкод, що зустрічаються на їх шляху.*

Дифракція спостерігається при поширенні світла поблизу різкого краю непрозорого або прозорого тіла, крізь вузькі отвори і взагалі у середовищі з різкими неоднорідностями. Дифракція властива кожному хвильовому руху незалежно від довжини хвилі. Завдяки дифракції хвилі можуть потрапляти в область геометричної тіні.

Між інтерференцією і дифракцією немає суттєвої фізичної різниці. Обидва явища полягають у перерозподілі світлового потоку в результаті суперпозиції хвиль. Історично так сталося, що перерозподіл інтенсивності, що з'являється в результаті суперпозиції хвиль, збуджених скінченним числом дискретних когерентних джерел, називається інтерференцією хвиль. Якщо перерозподіл інтенсивності виникає внаслідок суперпозиції хвиль, які збуджуються безперервно розташованими когерентними джерелами, то мова

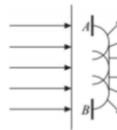
іде про дифракцію. Тому говорять про інтерференційну картину від двох вузьких щілин і про дифракційну картину від однієї щілини.

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два великих класи: дифракційні явища Френеля (дифракція Френеля) і дифракційні явища Фраунгофера (дифракція Фраунгофера).

**Дифракція Френеля**, або дифракція сферичних хвиль, відбувається у випадку, коли дифракційна картина спостерігається на скінченній відстані від перешкоди, яка спричиняє дифракцію. При цьому кутові розміри оптичної неоднорідності набагато більші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цієї неоднорідності.

**Дифракція Фраунгофера** – дифракція в паралельних променях, спостерігається на відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Між дифракціями Фраунгофера і Френеля немає принципової різниці і різкої межі.

Відхилення від прямолінійності розповсюдження світла можна пояснити використовуючи **принцип Гюйгенса**: *кожна точка простору, до якої доходить хвиля, є центром вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент.*



Нехай плоска хвиля падає нормально на отвір  $AB$  в непрозорому екрані (рис.1). Згідно з принципом

Рис. 1

Гюйгенса кожна точка ділянки хвильового фронту від  $A$  до  $B$  є джерелом вторинних хвиль (в однорідному ізотропному середовищі вони сферичні). Якщо провести обвідну вторинних хвиль для деякого моменту часу, то ми побачимо, що фронт хвиль заходить в область геометричної тіні, тобто хвиля огинає край отвору.

Принцип Гюйгенса визначає тільки напрямок розповсюдження хвильового фронту, але не амплітуду, а отже і інтенсивність хвиль. Френель

доповнив принцип Гюйгенса ідеєю інтерференції вторинних хвиль, що є когерентними.

**Основні положення принципу Гюйгенса – Френеля наступні.**

- Під час розрахунку амплітуди світлових коливань, які збуджуються джерелом  $S_0$  в довільній точці спостереження  $P$ , джерело  $S_0$  можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – ділянок  $dS$  на хвильовій поверхні  $S$ , при цьому точка  $P$  – зовнішня відносно поверхні  $S$  (рис. 2).

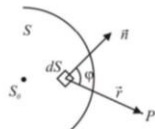


Рис. 2

- Вторинні джерела на хвильовій поверхні  $S$  когерентні первинному джерелу  $S_0$  і між собою, внаслідок чого збуджені ними вторинні хвилі інтерферують при накладанні.

- Амплітуда коливань, збуджених в точці  $P$  вторинним джерелом, пропорційна площі  $dS$  відповідної ділянки хвильової поверхні  $S$  і

обернено пропорційна відстані  $r$  від  $dS$  до точки спостереження  $P$ . Вона залежить також від кута  $\varphi$  між зовнішньою нормаллю  $\vec{n}$  до хвильової поверхні і напрямком вектора  $\vec{r}$ .

Отже від кожної ділянки  $dS$  хвильової поверхні в точку  $P$  надходить коливання з амплітудою

$$dA = K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\alpha r - kr + \alpha_0) dS, \quad (1)$$

де  $(\alpha r + \alpha_0)$  – фаза коливання в місці розташування хвильової поверхні  $S$ ,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число. Величина  $A_0$  визначає амплітуду світлового коливання в тому місці, де знаходиться  $dS$ .

Коефіцієнт  $K(\varphi)$  – коефіцієнт нахилу, залежить від кута  $\varphi$  між нормаллю  $\vec{n}$  до площини  $dS$  і напрямком  $\vec{r}$  (від  $dS$  до точки  $P$ ), тобто він характеризує зміну амплітуди вторинних хвиль в залежності від напрямку. При  $\varphi = 0$  цей коефіцієнт максимальний, при  $\varphi \geq \frac{\pi}{2}$  він наближається до нуля (вторинні джерела не випромінюють назад). Результуюче коливання в точці  $P$  є суперпозицією коливань (1), взятих для всієї хвильової поверхні  $S$ :

$$A = \int_S K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (2)$$

Формула (2) є аналітичним виразом принципу Гюйгенса-Френеля. Суть його в тому, що при розрахунку амплітуди коливання, породженого в точці  $P$  світловою хвилею, яка поширюється від реального джерела, можна замінити це джерело сукупністю вторинних джерел, розташованих уздовж хвильової поверхні. Якщо частина поверхні  $S$  закрита непрозорими екранами, то відповідні їм (закриті екранами) вторинні джерела не випромінюють, а решта випромінює, як і у відсутності екранів.

### 7. Метод зон Френеля

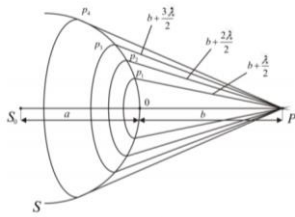


Рис. 3

Розрахунки за формулою (2) в загальному випадку дуже складні. Якщо система є симетричною, можна застосувати **метод зон Френеля**, суть якого зводиться до простого алгебраїчного або векторного додавання.

Розрахуємо в довільній точці  $P$  амплітуду світлової хвилі, яка поширюється в однорідному середовищі від

точкового джерела  $S_0$  (рис. 3). Згідно з принципом Гюйгенса – Френеля замінимо дію джерела світла  $S_0$  дією уявних джерел, розташованих на сферичній поверхні  $S$  радіуса  $a$ . Розіб'ємо сферичну хвильову поверхню на кільцеві зони так, щоб відстані від країв зон до точки спостереження  $P$  відрізнялись на  $\frac{\lambda}{2}$ . Це призводить до того, що в точку  $P$  вони приходять з протилежними фазами (тобто відрізняються на  $\pi$ ).

Ці зони називаються **зонами Френеля**. Тоді відстань  $b_m$  від зовнішнього краю  $m$ -ї зони до точки  $P$  дорівнює:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2},$$

де  $b$  – відстань від вершини хвильової поверхні  $O$  до точки  $P$ .

Амплітуда  $A$  результуючого коливання в точці  $P$  має вигляд:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (3)$$

де  $A_1, A_2, \dots, A_m$  – амплітуди коливань, які збуджуються 1, 2, 3...  $m$  зонами.

Величина  $A_m$  залежить від площі  $m$ -ї зони та відстані до точки спостереження. Для невеликих  $m$  площі зон Френеля приблизно однакові.

При збільшенні номера зони збільшується відстань до точки спостереження, що призводить до зменшення інтенсивності випромінювання зони (тобто до зменшення амплітуди  $A_m$ ) в напрямку точки  $P$ . Таким чином, амплітуди коливань, які збуджують в точці  $P$  зони Френеля, створюють монотонно збігаючу послідовність

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Можна вважати, що для не дуже великих змін  $m$  залежність  $A_m$  від  $m$  буде лінійною, тобто

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (4)$$

Перепишемо (3) у вигляді

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \quad (5)$$



формула (5) спрощується

$$A_p = \frac{A_0}{2}. \quad (6)$$

Таким чином, *амплітуда, створена в довільній точці P сферичною хвильовою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, збудженої однією центральною зоною*. Це означає, що дію всієї хвильової поверхні на точку P можна замінити половиною дії однієї тільки центральної зони Френеля.

Радіуси зон Френеля для сферичної хвилі:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}. \quad (7)$$

Для плоскої:

$$r_m = \sqrt{b m \lambda},$$

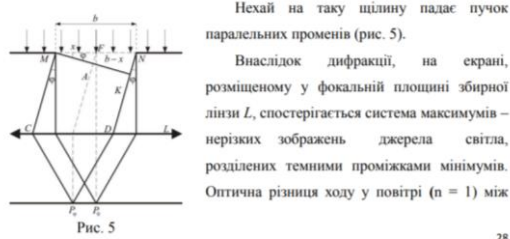
$$r_m = \sqrt{b m \lambda}.$$

## 38. Дифракція Фраунгофера на щілині.

### 8 Дифракція Фраунгофера на щілині.

Практично дуже цікавим є випадок дифракції в паралельних променях, який в 1821-1822 р.р. розглядався Фраунгофером, внаслідок чого дифракція в паралельних променях одержала назву – *дифракція Фраунгофера*.

Найбільш цікавим є випадок дифракції на щілині – отворі з малою шириною  $b$  та нескінченно довгим  $l \gg b$ .



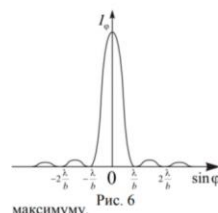
Нехай на таку щілину падає пучок паралельних променів (рис. 5).

Внаслідок дифракції, на екрані, розміщеному у фокальній площині збирної лінзи L, спостерігається система максимумів – нерізких зображень джерела світла, розділених темними проміжками мінімумів. Оптична різниця ходу у повітрі ( $n = 1$ ) між

крайніми променями  $ND$  і  $MC$  дорівнює:  $\Delta = |NK| = b \sin \varphi$  ( $MK$  – перпендикуляр до  $ND$ ).

Розіємо відкриту частину хвильової поверхні в площині щілини  $MN$  на зони Френеля. Ширину кожної зони виберемо так, щоб різниця ходу від крайніх точок цих зон дорівнювала  $\frac{\lambda}{2}$ , тобто всього на ширині щілини міститься  $\Delta / (\lambda/2)$  зон.

Амплітуди результуючих коливань двох сусідніх зон Френеля дорівнюють нулю тому, що в точці спостереження ці зони створюють коливання з однаковими амплітудами, але з протилежними фазами. Таким чином, результат інтерференції в точці  $P_\varphi$  визначається кількістю зон Френеля, розміщених на щілині. Якщо кількість зон парна:



то спостерігається дифракційний мінімум (повна темнота).

Якщо число зон непарне, тобто:

$$b \sin \varphi = \pm(2m+1)\lambda/2, \quad (m=1,2,\dots), \quad (11)$$

то буде дифракційний максимум, який збігається з дією однієї зони Френеля.

Величина  $m$  – порядок дифракційного максимуму.

В прямому напрямку ( $\varphi=0$ ) щілина діє як одна зона Френеля, світло розповсюджується з максимальною інтенсивністю, тобто в точці  $P_0$  спостерігається центральний дифракційний максимум (рис. 6).

З умов (10) та (11) можна визначити напрямки, в яких амплітуда (інтенсивність) дорівнює нулю ( $\sin \varphi_{\text{min}} = \pm m \lambda / 2b$ ) або максимальна  $\sin \varphi_{\text{max}} = \pm(2m+1)\lambda/2b$ .

## 39. Дифракція на дифракційній решітці. Характеристики дифракційної решітки..

## 9. Дифракційна решітка.

**Дифракційна решітка** – система паралельних щілин рівної ширини, які лежать в одній площині та розділені рівними за шириною непрозорими проміжками.

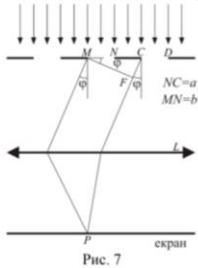
Дифракційна картина на решітці є результатом інтерференції всіх хвиль, які йдуть від всіх щілин, тобто спостерігається багатопробенева інтерференція когерентних хвиль.

Якщо ширина щілини дифракційної решітки дорівнює  $b$ , а непрозорого проміжку  $a$  (рис. 7), то величина  $d=a+b$  має назву **сталі решітки** або **періоду решітки**.

Нехай плоска монохроматична хвиля падає нормально до площини решітки з числом щілин  $N$ . Зважаючи на те, що щілини знаходяться одна від одної на однакових відстанях, різниці ходу променів, які йдуть від однакових областей різних щілин будуть для даного напрямку  $\varphi$  однакові у межах всієї дифракційної решітки

$$\Delta = CF = (b + a) \sin \varphi = d \sin \varphi \quad (12)$$

Головні мінімуми інтенсивності будуть спостерігатися за умови (10), що відповідає одній щілині  $b \sin \varphi = \pm m' \lambda$  ( $m' = 1, 2, 3, \dots$ ).



Якщо в різниці ходу променів  $\Delta = d \sin \varphi$  вмістяться ціле число довжин хвиль  $\lambda$ , то коливання підсилюються.

Тоді умова головних максимумів:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda, \quad (13)$$

30

Рис. 7

Внаслідок інтерференції променів, які йдуть від різних щілин, з'являються **додаткові мінімуми**, які спостерігають у напрямках, де різниця ходу променів, від однакових точок різних щілин, дорівнює  $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$

Умова додаткових мінімумів:

$$d \sin \varphi = \pm m' \lambda / N \quad (m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots), \quad (14)$$

тобто  $m'$  може мати всі цілі значення, окрім  $m' = 0, N, 2N, 3N, \dots$  коли умова мінімумів (14) перетвориться на умову максимумів (13).

Таким чином, повна картина дифракції, наприклад на двох щілинах, визначається за умов:

головні максимуми:

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda;$$

головні мінімуми:

$$b \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda;$$

додаткові мінімуми:

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda,$$

тобто між двома головними максимумами знаходиться додатковий мінімум, а максимуми стають більш вузькими ніж для однієї щілини.

??

## 40. Дисперсія світла.

## 11. Дисперсія світла

*Дисперсією світла називається залежність показника заломлення речовини від частоти  $\nu$  або довжини хвилі  $\lambda$  світла.*

Ця залежність спостерігалась ще Ньютоном при проходженні пучка білого світла крізь призму з прозорого матеріалу.

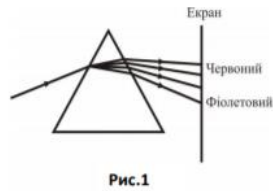


Рис.1

На екрані за призмою спостерігається райдужна смуга (рис.1), яка називається *призматичним або дисперсійним спектром*. Таким чином, призма може грати роль *спектрального приладу*.

Залежність показника заломлення  $n$  від довжини хвилі  $\lambda$  (частоти  $\nu$ ) нелінійна та немонотонна (рис.2).

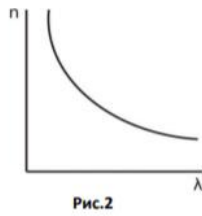


Рис.2

Зі збільшенням довжини хвилі показник заломлення зменшується (збільшується при збільшенні частоти  $\nu$ ). Така залежність  $n$  від  $\lambda$  називається *нормальною дисперсією*. Тобто для нормальної дисперсії  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$  (або  $\frac{dn}{d\nu} > 0$ ). Якщо  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$  (або  $\frac{dn}{d\nu} < 0$ ), тобто  $n$

зменшується зі збільшенням  $\nu$  (зменшенням  $\lambda$ ), то дисперсія світла має назву *аномальної*. Вона спостерігається поблизу смуг поглинання. Наприклад у звичайного скла ці смуги знаходяться в ультрафіолетовій і інфрачервоній частинах спектра.

Кількісною характеристикою дисперсії світла являється *дисперсія показника заломлення  $D$* , яка дорівнює

$$D_{\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} \left( \text{або } D_{\nu} = \frac{dn}{d\nu} \right)$$

41. Розсіювання світла. Закон Релея.

*Розсіянням світла називається явище перетворення світла речовиною, яке супроводжується зміною напрямку його поширення і виявляється як невластне світіння речовини.*

Розсіяння світла в середовищі пов'язане з його оптичною неоднорідністю, коли показник заломлення середовища не є сталою величиною, а змінюється від точки до точки. Такими середовищами є *оптично мутні середовища*, в яких спостерігаються неоднорідності, зумовлені наявністю сторонніх речовин, таких як частинки пилу, колоїдні частинки, емульсії, аерозолі (хмари, дим, туман) і т.п.

Якщо відстань між малими неоднорідностями значно більше довжини хвилі світла, то проходячи крізь мутне середовище, світло дифрагує на хаотично розташованих мікронеоднорідностях, що обумовлює розсіяння світла у всіх напрямках.

Розсіяння світла на частинках мутного середовища, малих в порівнянні з довжиною хвилі світла, вперше спостерігалось Дж. Тіндалем у 1869 р. і одержало назву *ефекту Тіндала*. Теорія цього явища була досліджена Дж. Релеєм (1871 р.).

**Закон Релея:**

*Інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертій степені довжини хвилі падаючого світла*

$$I \sim \lambda^{-4}.$$

В чистих однорідних середовищах без сторонніх домішок оптична неоднорідність може спричинятись флуктуаціями густини, які виникають під час хаотичного теплового руху молекул середовища.

*Розсіяння світла в чистому середовищі обумовлене флуктуаціями густини, анізотропії або концентрації, називають молекулярним.* Воно також підкорюється закону Релея.

Інтенсивність молекулярного розсіяння, пов'язаного зі флуктуаціями, які залежать від температури, також залежатиме від температури: збільшувється при підвищенні температури.

Молекулярним розсіянням пояснюється блакитний колір неба, бо за законом Релея найбільш інтенсивно розсіюються короткі хвилі.

В повністю оптично однорідному середовищі розсіяння не буде. В цьому випадку вторинні хвилі, які випромінюються збудженими атомами, інтерферуючи, повністю гасять одна одну у всіх напрямках, крім напрямку поширення первинної хвилі і розсіяння відсутнє.

## 42. Поглинання світла. Закон Бугера.

## 12. Поглинання світла

*Поглинання світла – явище зменшення енергії світлової хвилі при її поширенні в речовині внаслідок перетворення енергії хвилі в інші види енергії.*

Енергія хвилі може перетворюватись у внутрішню енергію речовини, в енергію вторинного випромінювання, яке має інший спектральний склад і інший напрям розповсюдження. Поглинання світла може супроводжуватись нагріванням речовини, збудженням і іонізацією атомів або молекул, фотохімічними реакціями і таке інше.

Поглинання світла описується *законом Бугера*

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

*за яким інтенсивність плоскої хвилі монохроматичного світла змінюється при проходженні крізь поглинаючу речовину за експоненціальним законом.*

43. Поляризація. Природне та поляризоване світло. Ступінь поляризації. Закон Малюса. Закон Брюстера.

## 14. Поляризація світла. Закон Малюса

Явища інтерференції і дифракції світла спостерігаються як для поперечних, так і поздовжніх хвиль. Але для явища поляризації поперечність світлових хвиль має принципове значення.

Звичайні джерела світла випромінюють електромагнітні хвилі з хаотичним напрямком коливань електричного вектора  $\vec{E}$ . Таке світло має назву *неполяризованого* або *природного*.

Це пояснюється механізмом випромінювання хвиль кожним елементарним випромінювачем (атомом, молекулою). Кожна така хвиля є поляризованою. Але наявність у джерел світла великої кількості випромінювачів приводить до хаотичної просторової орієнтації електричного вектора (рис.3, а).

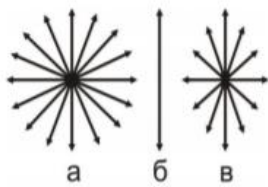


Рис.3

Результуюча напруженість  $\vec{E}$  здійснює в кожній точці коливання, напрямок яких швидко і неупорядковано змінюється у площині, перпендикулярній до променя.

12

Поляризація світла характеризується просторово-часовою упорядкованістю орієнтації електричного та магнітного векторів.

Світло, у якого напрям коливання електричного вектора залишається незмінним називається *лінійно поляризованим* (рис.3, б).

Площина, що проходить через електричний вектор і напрямок поширення електромагнітної хвилі, називається *площиною поляризації*.

*Еліптично поляризованим* називається світло, у якого електричний вектор обертається так, що його кінець описує еліпс.

Світло, в якого електричний вектор в будь-якій точці простору рівномірно обертається так, що його кінець описує коло, називається *поляризованим по колу* або *циркулярно поляризованим*.

Світло називається *частково поляризованим*, якщо у нього спостерігається переважний напрямок коливань вектора  $\vec{E}$ . Частково поляризоване світло можна розглядати як сукупність (суміш) природного і поляризованого світла, що одночасно поширюються в одному напрямку.

Лінійна, циркулярна та еліптична поляризація – різновиди повної поляризації світла.

*Ступенем поляризації світла P* називають величину

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

де  $I_{\max}$  і  $I_{\min}$  – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом взаємоперпендикулярним компонентам вектора  $\vec{E}$ .

Для плоскополяризованого світла  $I_{\min} = 0, P=1$ .

13

Для природного світла  $I_{\max} = I_{\min}, P=0$ .

Для перетворення природного світла в поляризоване застосовуються поляризаційні пристрої, які називаються *поляризаторами*. Такий же пристрій можна також використати як аналізатор для визначення характеру і ступеня поляризації світла.

Для виготовлення поляризаційних пристроїв найчастіше використовують подвійно заломлюючі кристали. Для більшого розведення лінійно поляризованих звичайного і незвичайного променів в поляризаційних пристроях застосовують комбінацію призм з кристалів.

Велика кількість діелектриків є оптично ізотропними (аморфними), тобто їх характеристики (діелектрична проникність і показник заломлення) однакові в усіх напрямках.

Але більшість кристалічних діелектриків *оптично анізотропні*, їх показник заломлення і швидкість світла залежать від напрямку поширення світлової хвилі і її площини поляризації.

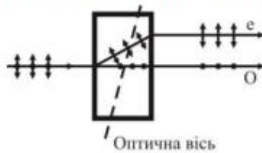


Рис. 4.3  
Рис.4

В оптично анізотропних кристалах спостерігається явище **подвійного променезаломлення**, суть якого в тому, що промінь

світла, падає на поверхню кристала, роздвоюється в ньому на два заломлені промені. Вперше це явище спостерігав датський фізик Еразм Бартоліні у 1670 р. при проходженні світла крізь кристал ісландського шпату (рис.4.).

Кожен з заломлених променів поширюється в кристалі зі своєю швидкістю і має свій показник заломлення. Ці два промені поляризовані у взаємоперпендикулярних напрямках, що вказано на рис.4 стрілками та точками.

14

*Аналізатори* – прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла. Це можуть бути ті ж самі поляризатори, що застосовуються для одержання лінійно поляризованого світла.

Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло  $E_0$ , то амплітуда світла  $E$ , що пройшло крізь аналізатор пропорційна  $E_0$  і залежить від кута між головними площинами аналізатора і поляризатора  $\varphi$  (рис.5).

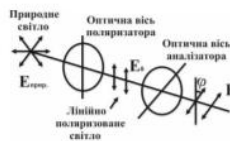


Рис.4 Б

Рис.5

Амплітуда світла, що вийшло з

аналізатора ную  $E = E_0 \cos \varphi$ .

**Законом Малюса:** інтенсивність світла на виході з аналізатора дорівнює:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де  $I_0$  – інтенсивність світла на вході в аналізатор,  $\varphi$  – кут між площинами поляризації світла та приладу.

Таким чином, якщо природне світло інтенсивністю  $I_{\text{прир}}$  проходить крізь поляризатор і аналізатор, то з першого вийде плоскополяризоване світло інтенсивністю  $I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{прир}}$ , а з аналізатора вийде світло (за законом Малюса), інтенсивністю  $I = I_0 \cos^2 \varphi$ , тобто  $I = \frac{1}{2} I_{\text{прир}} \cos^2 \varphi$ , звідки  $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{прир}}$  (поляризатор і аналізатор паралельні) і  $I_{\text{min}} = 0$  (поляризатори схрещені).

#### 44. Теплове випромінювання. Основні характеристики теплового випромінювання. Абсолютно чорне тіло.

##### Квантова оптика

##### Теплове випромінювання

*Квантова оптика* – розділ оптики, що вивчає світлові явища, в яких проявляються квантові (корпускулярні) властивості світла. До них відносяться: теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, ефект Комптона та інші.

##### 1. Природа і основні характеристики теплового випромінювання

*Теплове (температурне) випромінювання* – електромагнітне випромінювання тіл, яке виникає внаслідок зміни внутрішньої енергії випромінюючого тіла і залежить тільки від температури та оптичних властивостей цього тіла. Випромінюються всі частоти (спектр суцільний), але з різною інтенсивністю.

Теплове випромінювання є одним видом випромінювання, яке може знаходитися у рівновазі з випромінюючим тілом (рівноважне).

Поповнення енергії, витраченої тілом на випромінювання, відбувається передачею тілу такої ж її кількості через теплоту. Це найбільш поширене випромінювання. Воно є одним із способів передачі енергії неупорядкованого руху частинок одного тіла неупорядкованому руху частинок іншого (теплообміну).

Усі тіла випромінюють енергію через свої поверхні та поглинають енергію випромінювання, що падає на їх поверхні. Усередненою енергетичною мірою будь-якого виду неупорядкованого руху є температура, тому і характер теплового випромінювання визначається температурою.

Основною енергетичною характеристикою випромінювання є *потік енергії*  $\Phi$ , який характеризує потужність (інтенсивність) теплового випромінювання і визначається так:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Іншими словами  $\Phi$  – енергія, що випромінюється тілом за одиницю часу.

$$[\Phi] = 1 \text{ Вт}.$$



**Енергетична світність тіла**  $R_e(T)$  - потік енергії всіх можливих частот, який випромінюється при даній температурі одиницею поверхні цього тіла в усіх напрямках (в межах тілесного кута  $2\pi$ )

$$R_e = \frac{d\Phi}{dS}$$

Цю властивість називають ще **повною (інтегральною) випромінювальною здатністю**.

$$[R_e] = 1 \frac{Вт}{м^2}$$

Спектральною характеристикою теплового випромінювання тіла є **спектральна випромінювальна здатність**  $r(\nu, T)$ ;  $r(\lambda, T)$ , яка чисельно дорівнює потоку енергії, що випромінюється при заданій температурі одиницею поверхні тіла в усіх напрямках в інтервалі частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ , або в інтервалі довжини хвиль  $\lambda$ ,  $\lambda + d\lambda$ :

$$r(\nu, T) = \frac{dR_e}{d\nu}; \quad r(\lambda, T) = \frac{dR_e}{d\lambda};$$

$$[r(\nu, T)] = 1 \frac{Вт}{м^2}; \quad [r(\lambda, T)] = 1 \frac{Вт}{м^2};$$

Повна (сумарна, інтегральна) випромінювальна здатність тіла визначається так:

$$R(T) = \int_0^\infty r(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty r(\lambda, T) d\lambda.$$

$$r(\lambda, T) = \frac{\omega^2}{2\pi c} r(\omega, T).$$

Падаюче на тіло випромінювання  $\Phi_0$  частково поглинається ним -  $\Phi_{\text{погл}}$ , частково відбивається  $\Phi_{\text{відб}}$ , та частково проходить крізь нього -  $\Phi_{\text{проз}}$ .

$\frac{d\Phi_{\text{погл}}}{d\Phi_0} = \alpha(\nu, T)$  - **спектральна поглинальна здатність тіла**, яка показує яку частину падаючого випромінювання (потоку енергії) в інтервалі частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$  тіло поглинає при заданій температурі.

$$\frac{d\Phi_{\text{погл}}}{d\Phi_0} = \rho(\nu, T) - \text{спектральна відбивна здатність тіла};$$

$$\frac{d\Phi_{\text{проз}}}{d\Phi_0} = \tau(\nu, T) - \text{спектральна пропускна здатність тіла}.$$

Очевидно, що

$$\alpha(\nu, T) + \rho(\nu, T) + \tau(\nu, T) = 1.$$

Розглянемо граничні випадки.

- 1) Коли  $\tau = 0$ , тоді  $\alpha + \rho = 1$  - **тіло непрозоре**.
- 2) Якщо при цьому і  $\alpha = 0$ , тоді  $\rho = 1$  - **ідеальне дзеркало** (тіло все відбиває, нічого не поглинає).
- 3) А якщо  $\rho = 0$ , а  $\alpha = 1$  - **абсолютно чорне тіло** (тіло нічого не відбиває, а все поглинає).
- 4) Якщо ж  $\alpha(\nu, T) < 1$  - **сіре тіло** (коефіцієнт поглинання однаковий для усіх частот і залежить тільки від температури матеріалу та стану поверхні ( $\alpha(\nu, T) = \text{const} = \alpha(T)$ )).

## 2 Абсолютно чорне тіло. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

**Абсолютно чорне тіло** - тіло, поглинальна здатність якого  $\alpha(\nu, T) \equiv 1$  для всіх частот і при всіх температурах. Абсолютно чорних тіл у природі немає. Однак деякі з них за своїми властивостями, у видимій

області спектра, наближаються до них (сажа, платинова чорнь). Ідеальною моделлю абсолютно чорного тіла є замкнена порожнина, у стінці якої зроблено малий отвір (рис. 2).



Рис.2

Внутрішня поверхня порожнини зачорнена. Через отвір  $O$  промінь світла потрапляє у порожнину де зазнає багаторазові відбиття від стінок. Промінь циркулює доки не загубить всю енергію, а інтенсивність випромінювання, яке може вийти через отвір виявиться практично рівною нулю. Внаслідок цього в порожнині встановлюється випромінювання, яке майже не відрізняється від **рівноваженого**.

1) **Закон Кірхгофа: відношення випромінювальної і поглинальної здатності тіла не залежить від природи тіла, однаково для всіх тіл, є**

універсальною функцією частоти(довжини хвилі) температури і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла

$$\frac{r_1(v,T)}{\alpha_1(v,T)} = \frac{r_2(v,T)}{\alpha_2(v,T)} = \dots = \frac{r_n(v,T)}{\alpha_n(v,T)} = f(v,T)$$

або 
$$\frac{r_1(\lambda,T)}{\alpha_1(\lambda,T)} = \frac{r_2(\lambda,T)}{\alpha_2(\lambda,T)} = \dots = \frac{r_n(\lambda,T)}{\alpha_n(\lambda,T)} = f(\lambda,T)$$

тобто  $f(v,T)$  універсальна для всіх тіл функція частоти і температури, тоді як  $r(v,T)$  та  $\alpha(v,T)$  взяті окремо можуть змінюватися дуже сильно при переході від одного тіла до іншого.

Оскільки поглинальна здатність абсолютно чорного тіла  $\alpha(\lambda,T)=1$  то для нього

$$\frac{r(v,T)}{\alpha(v,T)} = r_{\text{чорн}}(v,T)$$

Звідки випливає, що функція Кірхгофа є функцією розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла.

Для сірого тіла:  $r(v,T) = \alpha(v,T)r_{\text{чорн}}(v,T)$  або  $R_v = \alpha(v,T)R_{\text{чорн}}$ .

2) Аналізуючи експериментальні дані про випромінювання нечорних тіл австрійський фізик Йозеф Стефан у 1879 році запропонував закон що встановлює залежність сумарного або інтегрального випромінювання (загального випромінювання всіх довжин хвиль) від температури. Він прийшов до висновку, що сумарна енергія, що випромінюється з одиниці площі за одиницю часу (енергетична світність  $R_v$ ) пропорційнальна четвертому ступені абсолютної температури  $R_v \sim T^4$ .

Співвітчизник Стефана Больцман у 1884 році спираючись на термодинамічні міркування та виходячи із наявності тиску променевої енергії одержав теоретично залежність енергетичної світності  $R$  від температури, і довів, що вона справедлива тільки для абсолютно чорного тіла.

#### 45.Закони теплового випромінювання: закон Стефана-Больцмана, закон Віна, закон Кірхгофа. Формула Планка.

**Закон Стефана – Больцмана: енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступені його термодинамічної температури.**

$$R_v(T) = \sigma T^4$$

де  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  – константа Стефана – Больцмана.

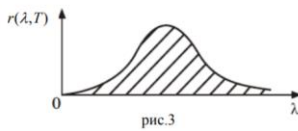


рис.3

По відношенні до нечорних тіл цей закон зберегти неможна.

Оскільки енергетична світність абсолютно чорного тіла  $R_v(T) = \int_0^\infty r(\lambda)d\lambda$ , то очевидно, що вона являє собою площу під кривою на рис.3

3)Закон Стефана – Больцмана стосується лише інтенсивності інтегрального випромінювання чорного тіла і нічого не говорить відносно спектрального розподілу енергії. В 1893 р. німецький фізик Вільгельм Він

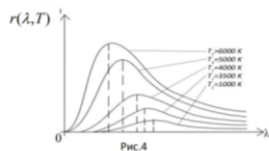


Рис.4

теоретично обґрунтував закон чорного випромінювання, що вказує на характер функції  $r = f(v,T)$  ( $r = f(\lambda,T)$ ), хоча й не дає можливості визначити її повністю.

**Перший закон Віна: довжина хвилі  $\lambda_{\text{max}}$  на яку припадає максимум спектральної випромінюваної здатності абсолютно чорного тіла обернено пропорційна його термодинамічній температурі.**

Цей закон ще називають **законом зміщення Віна.**

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К} - \text{ стала Віна}$$

На рис. 4 приведено розподіл енергії у спектрі випромінювання чорного тіла для різних температур.

Випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла в максимумі випромінювання.

$$r_{\max}(\lambda, T) = CT^5$$

де  $C = 1,25 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^5}$  – стала величина

**Другий закон Віна:** випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла в максимумі випромінювання пропорційна п'ятому ступеню температури

### 3. Квантова гіпотеза. Формула Планка

Закони теплового випромінювання, що були розглянуті раніше не описують повністю функцію  $r(\nu, T)$ . Перші спроби отримати цю залежність не увінчалися успіхом. Відхилення експериментального значення спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від передбаченого формулою Релея-Джинса при високих частотах вказує на те, що класичні уявлення про механізм випромінювання і поглинання в деякій мірі хибні неповні, і мають бути уточненими.

Це зробив німецький фізик Макс Планк. Випромінювання абсолютно чорного тіла він розглядав як випромінювання сукупності гармонічних осциляторів із усякими власними частотами (теоретична модель). Кожний з таких осциляторів випромінює монохроматичну хвилю з середнім значенням енергії осцилятора ( $E$ ) і власною частотою  $\nu$ .

Правильний вираз для середньої енергії осцилятора і функції Кірхгофа вдалося знайти Планку шляхом введення квантової гіпотези, зовсім чуждої класичній фізиці.

**Гіпотеза Планка:** електромагнітна енергія випромінюється не неперервно, а у вигляді окремих порцій. Енергія кожної такої порції-кванта випромінювання, пропорційна його частоті.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

де  $h$  – стала Планка,  $h = 6,6261937 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

Формула Планка:

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Формула Планка повністю узгоджується з експериментальними результатами у всьому інтервалі частот.

При малих частотах формула Планка переходить у формулу Релея – Джинса.

З формули Планка можна вивести закони випромінювання абсолютно чорного тіла.

Формула Планка вичерпно описує рівноважне теплове випромінювання і дає явний вид функції Кірхгофа. Це перший результат досягнення квантової фізики.

## 46. Явище зовнішнього фотоелектричного ефекту. Закони зовнішнього фотоелектричного ефекту.

### 6. Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоелектричного ефекту

Гіпотеза Планка, яка блискуче вирішила проблему теплового випромінювання чорного тіла, отримала підтвердження і подальший розвиток при поясненні *фотоелектричного ефекту* – явища відкриття й дослідження якого зіграло важливу роль в становленні квантової теорії. Розрізняють фотоелектричний ефект *зовнішній, внутрішній*.

*Зовнішнім фотоелектричним ефектом (фотоелектром) називається явище емісії електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання.*

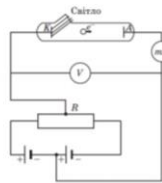


Рис. 1.

Фотоелектр був виявлений Генріхом Герцем у 1887 році при спостереженні підсилення процесу розряду при освітленні іскрового проміжку ультрафіолетовим випромінюванням.

Перші фундаментальні дослідження фотоелекта були виконані російським вченим О.Г. Столстовим. На рис. 1 показана схема установки для дослідження фотоелекта.

Два електрода (катод К із досліджуваного металу і анод А – в схемі Столстова застосовувалася металева сітка ) розміщені у вакуумній трубці. Електроди підключені до батареї так, що за допомогою потенціометра R можна змінювати не тільки величину, а і знак подаваної на них напруги. Сила струму, що виникає при освітлюванні катода монохроматичним випромінюванням (через кварцеве віконце ) вимірюється увімкнутим в ланцюг міліамперметром.

Столстова застосовувалася металева сітка ) розміщені у вакуумній трубці. Електроди підключені до батареї так, що за допомогою потенціометра R можна змінювати не тільки величину, а і знак подаваної на них напруги. Сила струму, що виникає при освітлюванні катода монохроматичним випромінюванням (через кварцеве віконце ) вимірюється увімкнутим в ланцюг міліамперметром.

Опробуюючи катод світлом різних довжин хвиль Столстов установив наступні закономірності:

1. Найбільш ефективно діє ультрафіолетове випромінювання.
2. Сила струму, що виникає під дією світла прямо пропорційна його інтенсивності.
3. Випромінювані під дією світла заряди негативні.

Через 10 років Ленард і Томсон виміряли питомий заряд випромінюваних під дією світла частинок. Ці виміри показали, що під дією світла вириваються *електрони*.

Якщо при постійних інтенсивності і частоті падаючого світла змінювати напругу  $U$  між катодом і анодом, то залежність фотоструму  $I$  від  $U$  зображується кривою, яка називається *вольт-амперною характеристикою фотоелекта*. На рис 2 приведена така залежність, яка відповідає двом різним освітленням

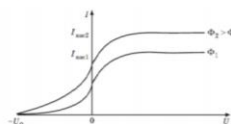


Рис. 2

Е<sub>с</sub> катода (частота світла в обох випадках однакова). Із збільшенням напруги  $U$  фотострум поступово зростає, тобто все більша кількість фотоелектронів досягає анода.

При деякому значенні напруги

$U$  сила фотоструму досягає  $I_{нас}$ .

Максимальне значення струму  $I_{нас}$  – *фотострум насичення* – визначається напругою, при якій всі електрони емітовані катодом, досягають анода.

$$I_{нас} = e \cdot n,$$

де  $n$  – кількість електронів, що їх емітує катод в 1с.

Із вольт – амперної характеристики випливає, що при  $U = 0$  фотострум не зникає. Це свідчить про те, що електрони вибиті світлом із катода, мають початкову швидкість, коли вилітають із метала. Тому, щоб їх згальмувати треба прикласти *гальмівну напругу*  $U_0$ . При  $U = U_0$  ні один із електронів,

#### 47. Явище зовнішнього фотоелекта. Рівняння Ейнштейна.

## 7. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту

Явище фотоелектричного ефекту і його закономірності повністю пояснюються квантовою теорією світла, побудованою А.Ейнштейном. Вона базується на уявленні про світло як потік фотонів.

По Ейнштейну кожний квант поглинається тільки одним електроном. Тому кількість вирваних фотоелектронів повинна бути пропорційною інтенсивності світла (I закон фотоелектричного ефекту).

Передача енергії при зіткненні фотона з електроном відбувається майже миттєво. В результаті поглинання фотона електрон одержує енергію  $h\nu$ . Якщо  $h\nu > A$  – роботи виходу електрона з металу, то електрон може залишити метал.

За законом збереження енергії:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

Це рівняння називається *рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту*. Це рівняння одержано в припущенні, що електрони не взаємодіють між собою. Тому передача фотонам енергії одному електрону, не змінює енергії інших.

Рівняння Ейнштейна пояснює закони фотоелектричного ефекту. Безпосередньо з нього випливає, що максимальна кінетична енергія фотоелектрона лінійно зростає при збільшенні частоти падаючого випромінювання і не залежить від його інтенсивності (числа фотонів), тому що ні робота виходу  $A$  ні частота  $\nu$  від інтенсивності світла не залежать (II закон фотоелектричного ефекту).

Оскільки із зменшенням частоти світла кінетична енергія фотоелектронів зменшується ( $A = \text{const}$  для даного металу), то при деякій достатньо малій частоті  $\nu = \nu_0$  кінетична енергія буде дорівнювати нулю і фотоелектричний ефект припиниться (III закон фотоелектричного ефекту). Тоді  $h\nu_0 = A$ , а

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

і є «червона межа» фотоелектричного ефекту для даного металу. Вона залежить тільки від роботи виходу електрона, тобто від хімічної природи речовини та стану її поверхні.

## 48. Квантова природа світла. Маса, імпульс та енергія фотона.

### 4 Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей світла.

#### Фотон та його характеристики

До середини 19-го століття хвильова природа світла вважалася доведеною остаточно. Її підтверджували явища інтерференції та дифракції світла. Але хвильова теорія світла, навіть в її електромагнітному вигляді, виявилася недостатньою для тлумачення всієї сукупності оптичних явищ. Вперше це було усвідомлено при розв'язанні проблеми рівноважного (чорного) випромінювання. Наполегливі спроби вирішити цю проблему в рамках хвильових уявлень на основі класичних електродинаміки і статистики закінчилися невдало. Формула, узгоджена з дослідом у всьому діапазоні частот (довжин хвиль) була наведена Планком спочатку емпірично, а згодом він знайшов і теоретичний вивід своєї формули. Це явилось початком виникнення принципово нових – *квантових* - уявлень.

Сам Планк гадав, що квантові властивості світла виявляються тільки при випромінюванні і поглинанні, тобто *при взаємодії світла з речовиною*.

Поширення же світла в просторі, на його погляд, відбувається *неперервно* й описується класичними рівняннями Максвелла.

Більш радикальна й скінченна форма квантовій теорії світла була надана Ейнштейном в 1905р.

Ейнштейн висунув гіпотезу, згідно з якою світло не тільки випромінюється та поглинається речовиною, але і розповсюджується у вигляді окремих дискретних квантів електромагнітного випромінювання – *фотонів*. Поширення світла – потік фотонів енергія кожного з яких визначається формулою  $\varepsilon=hv$ .

Це не було простим поверненням до ньютонівської корпускулярної теорії світла. Не можна дивитися на фотони як на звичайні частинки світла, аналогічні матеріальним точкам класичної механіки, що рухаються по визначених траєкторіях у просторі. Це видно вже з того, що фотонам властива *інтерференція* і *дифракція*. Вони мають не тільки *корпускулярні* а й *хвильові властивості*. Така особливість фотонів називається *корпускулярно – хвильовим дуалізмом*.

Масу фотона знайдемо з формули зв'язку маси та енергії:

$$E = mc^2. \text{ Енергія фотона } \varepsilon=hv.$$

$$\text{Маса фотона } m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{hv}{c^2}.$$

Якщо фотон має енергію  $\varepsilon=hv$ , то він повинен мати і імпульс, як того вимагає теорія відносності. Імпульс фотона проявляється наприклад, у тиску світла. Зв'язок між енергією та імпульсом рухомої частинки в теорії відносності має вигляд:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}. \quad (1)$$

При цьому припускається, що під час руху внутрішній стан частинки, а з ним і її маса спокою  $m_0$  залишаються без зміни. Фотон рухається в вакуумі зі швидкістю світла  $c$ , тобто він є *релятивістською частинкою*. Якщо б маса спокою фотона  $m_0$  була відмінна від нуля, то його релятивістська маса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

була би нескінченно великою. Тому треба припустити, що для фотона маса спокою  $m_0 = 0$ . Внаслідок цього співвідношення (1) запишеться у вигляді:

$$\varepsilon_\phi = p_\phi c.$$

Імпульс фотона

$$p_\phi = \frac{\varepsilon_\phi}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$$

де  $h$  та  $\hbar$  - сталі Планка

$$h = 6,6261937 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Таким чином, корпускулярні властивості фотона пов'язані з наявністю у нього енергії  $\varepsilon$  і імпульсу  $\vec{p}$ , хвильові – з частотою  $\nu(\omega)$  та хвильовим вектором  $\vec{k}$ .

## 49. Тиск світла.

### 5 Тиск світла

Одним із експериментальних підтверджень наявності у фотона імпульсу є існування світлового тиску. Тиск світла – це механічна дія, яку чинить світло при його падінні на поверхню тіла.

З точки зору квантової фізики тиск світла зумовлено передачею імпульсу фотонів приповерхневим атомам та молекулам речовини при поглинанні та відбитті їх поверхнею тіла.

Нехай на поверхню будь-якого тіла падає по нормалі потік фотонів. Імпульс фотона дорівнює  $\frac{h\nu}{c}$ , після відбиття його імпульс буде  $-\frac{h\nu}{c}$ , а значить зміна імпульсу фотона при відбитті становить  $\frac{2h\nu}{c}$ . При поглинанні фотон повністю передає свій імпульс поверхні і його зміна буде  $\frac{h\nu}{c}$ . Якщо на

одиночку поверхні в одиницю часу падає  $N$  монохроматичних фотонів, то при їх повному відбиванні зміна імпульсу дорівнює  $N\frac{2h\nu}{c}$ , а при повному поглинанні  $-N\frac{h\nu}{c}$ . З іншого боку, зміна імпульсу за одиницю часу дорівнює діючій силі. *Зміна імпульсу  $N$  фотонів, що падають за одиницю часу на одиницю поверхні дорівнює силі, що діє на одиницю площі поверхні, тобто тиску світла.*

При повному відбитті тиск світла визначається формулою:

$$p = 2N h \nu / c,$$

а при повному поглинанні

$$p = N \frac{h\nu}{c}.$$

Якщо  $\rho$  – коефіцієнт відбиття, то очевидно, що відбивається  $\rho N$  фотонів, а поглинається  $(1-\rho)N$  фотонів, то тиск в цьому випадку:

$$p = 2N\rho\frac{h\nu}{c} + (1-\rho)N\frac{h\nu}{c} = (1+\rho)N\frac{h\nu}{c} = w(1+\rho)$$

де  $w = \frac{N h \nu}{c}$  – об'ємна густина енергії фотонів.

Величина світлового тиску досить мала. За межами атмосфери Землі інтенсивність сонячного випромінювання дорівнює  $1400 \frac{Bm}{M^2}$ ; відповідний

іх повному відбиванні зміна імпульсу дорівнює  $N\frac{2h\nu}{c}$ , а при повному поглинанні  $-N\frac{h\nu}{c}$ . З іншого боку, зміна імпульсу за одиницю часу дорівнює діючій силі. *Зміна імпульсу  $N$  фотонів, що падають за одиницю часу на одиницю поверхні дорівнює силі, що діє на одиницю площі поверхні, тобто тиску світла.*

При повному відбитті тиск світла визначається формулою:

$$p = 2N h \nu / c,$$

а при повному поглинанні

$$p = N \frac{h\nu}{c}.$$

Якщо  $\rho$  – коефіцієнт відбиття, то очевидно, що відбивається  $\rho N$  фотонів, а поглинається  $(1-\rho)N$  фотонів, то тиск в цьому випадку:

$$p = 2N\rho\frac{h\nu}{c} + (1-\rho)N\frac{h\nu}{c} = (1+\rho)N\frac{h\nu}{c} = w(1+\rho)$$

де  $w = \frac{N h \nu}{c}$  – об'ємна густина енергії фотонів.

Величина світлового тиску досить мала. За межами атмосфери Землі інтенсивність сонячного випромінювання дорівнює  $1400 \frac{Bm}{M^2}$ ; відповідний тиск при цьому нормальному падінні світла на поверхню з  $\rho = 0,5$  дорівнює  $7 \cdot 10^{-6} Pa$ . Ця величина дуже мала, вона у  $10^8$  разів менша за атмосферний тиск.

## 50.Ефект Комптона.

### 8. Ефект Комптона

У 1923 році американський фізик Артур Комптон відкрив явище, яке як і фотоэффект, підтверджує гіпотезу фотонів. Комптон вивчав розсіяння жорсткого рентгенівського випромінювання на тілах, які складаються із легких атомів (графіт, парафін та інші).

Виявилося, що в розсіяному випромінюванні поряд з випромінюванням первісної довжини хвилі  $\lambda$ , з'являються промені з довжиною хвилі  $\lambda' > \lambda$ . Зміна довжини хвилі  $\lambda' - \lambda$  в бік довгохвильової частини спектра при розсіянні випромінювання було назване *комptonівським зміщенням*, а само явище – *ефектом Комптона*. Дослід показав, що *комptonівське зміщення  $\lambda' - \lambda$  для досліджуваних речовин не залежить від складу тіла, що розсіюється,*



та довжини падаючої хвилі  $\lambda$ . Воно залежить лише від кута розсіювання фотонів  $\theta$ .

**Ефектом Комптона** називається явище зміни довжини хвилі короткохвильового електромагнітного випромінювання (рентгенівського або гамма) при розсіюванні на вільних або слабо зв'язаних електронах речовини.

Експериментально була встановлена наступна закономірність:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_k (1 - \cos \theta),$$

де  $\theta$  – кут, що утворює напрям розсіяного випромінювання з напрямом первинного пучка;  $\lambda_k$  – комтонівська довжина хвилі, яка дорівнює  $2,4 \cdot 10^{-12}$  м.

Ефект Комптона можна пояснити тільки на основі уявлень про корпускулярну природу випромінювання. З цією метою розглянемо модель пружного зіткнення кванта рентгенівського випромінювання з майже вільним електроном, тобто з таким електроном, у якого енергія зв'язку з атомом набагато менша за енергію кванта (рис. 3.). В цьому випадку для рентгенівського випромінювання і електрона повинні виконуватися закони збереження енергії та імпульсу: